

Penentuan Distribusi Permittivitas Struktur Dua Dimensi dengan Gelombang Elektromagnetika

Mudrik Alaydrus

Teknik Elektro, Universitas Mercu Buana, Jakarta
mudrikalaydrus@yahoo.com

Abstrak

Penentuan karakteristik dielektrik obyek memainkan peran penting dalam banyak aplikasi praktis. Bahan yang berbeda atau ketidak homogenan membangkitkan medan hamburan tertentu, yang dapat digunakan untuk menentukan balik materi dari benda tersebut. Masalah inversi hamburan yang seperti itu diklasifikasikan untuk masalah ill-posed, yang solusinya alam kondisi terkontaminasi noise harus ditentukan dengan hati-hati. Prosedur inversi konvensional akan memberikan hasil yang sama sekali tak bermakna. Di penelitian ini diamati problem invers penentuan karakteristik dielektrika dua dimensi berbasiskan data yang terkontaminasi noise. Regularisasi Tikhonov digunakan untuk menstabilkan solusi. Dari pengamatan benda penghambur berukuran $0.12\lambda \times 0.12\lambda$ dengan kontras 1.0 dan noise dari data sebesar 5% didapatkan nilai maksimal dan minimal komponen riil dari kontras sebesar 1.0126 dan 0.8759, sedangkan nilai maksimal dan minimal komponen imajiner dari kontras adalah 0.1280 dan -0.1436.

Keywords: elektromagnetika, problem invers, regularisasi Tikhonov, SVD

1. PENDAHULUAN

Dalam banyak sekali aplikasi digunakan gelombang elektromagnetika untuk menentukan suatu besaran tertentu dari objek yang diamati (*object of interest/OI*). Pengukuran seperti ini masuk dalam kategori tes tanpa merusak (*non-destructive testing*), yang contohnya diberikan pada aplikasi penentuan data di industri [1], di dunia kedokteran [2], ataupun aplikasi menembus tembok [3]. Pengukuran ini didasari oleh interaksi antara gelombang elektromagnetika yang dipancarkan oleh suatu sistim antena, yang mengenai objek yang diamati tersebut, yang disebut juga benda penghambur (*scattering object*). Benda penghambur, yang biasanya konduktor atau dielektrika, yang ditandai dengan besaran-besaran seperti permitivitas relatif ϵ_r , permeabilitas relatif μ_r dan konduktivitas atau daya hantar σ , akan menghamburkan gelombang yang datang membentuk suatu pola distribusi medan hambur (*scattering fields*) tertentu yang tergantung dari bentuk geometri

dan nilai material dari benda penghambur ini. Pada problem analisa, diberikan struktur geometri dan nilai konstanta material yang digunakan, sedangkan efek kondisi ini terhadap gelombang elektromagnetika harus ditentukan. Pada jenis problem kedua, yaitu problem sintesa atau sering disebut problem invers, diberikan efek dari suatu kondisi terhadap gelombang elektromagnetika, dicari bentuk dan nilai dari konstanta material tersebut.

Penelitian yang membahas penentuan nilai konstanta diberikan di [4], [5], dan [6] yang membahas struktur material yang konstant (homogen).

Untuk struktur yang tidak homogen, yaitu yang memiliki nilai konstanta yang berubah digunakan pendekatan lain, yaitu dengan dilibatkannya metoda optimasi seperti algoritma genetik, metoda gradient descent atau pendekatan jaringan syaraf [7], [8]. Pendekatan lainnya untuk problem rekonstruksi ini adalah menggunakan persamaan integral dengan kombinasi dekomposisi nilai singular (singular value decomposition/SVD) dan teknik inverse sumber [9], [10].

Di penelitian ini, diamati struktur yang homogen, yang pada sistim matriksnya akan dilakukan dekomposisi nilai singular. Pada kasus data yang terkontaminasi noise, solusi akan diberikan dengan bantuan regularisasi Tikhonov.

2. PEMODELAN PERMASALAHAN

2.1 Teori Hamburan Gelombang Elektromagnetika

Dengan mengamati persamaan Helmholtz, yang bercerita mengenai hubungan sumber dengan medan dalam suatu persamaan differensial

$$\nabla^2 u(\vec{r}, \omega) + k^2(\vec{r}, \omega) u(\vec{r}, \omega) = -q(\vec{r}, \omega) \quad (1)$$

dengan sumber $q = -j\omega \mu_o J_{z,i}(\vec{r}, \omega)$.

Pada problema maju (forward), dengan diketahui distribusi sumber q dan parameter material k , ditentukan medan u . Metoda maju ini bersifat unique dan stabil. Sedangkan problema inversi biasanya bersifat tidak unik dan tidak stabil. Problema inversi bisa dibagi menjadi: problema sumber inversi (*inverse source problem*) dan problema hamburan inversi (*inverse scattering problem*).

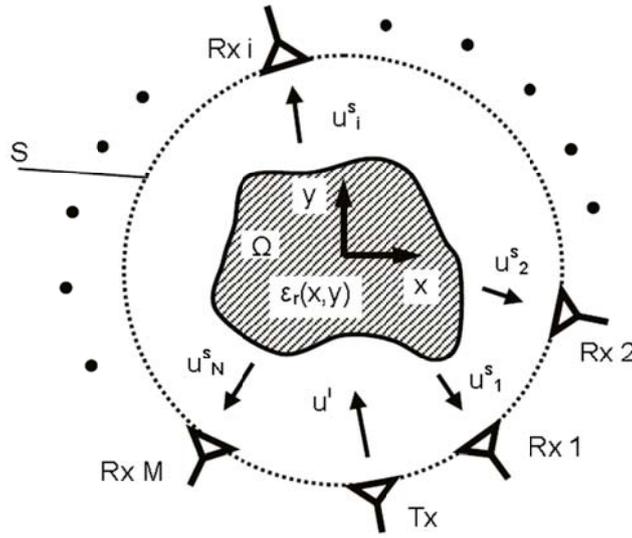
Pada problema sumber inversi, targetnya adalah menentukan sumber q , material k dan medan u diberikan, sedangkan pada problema hamburan inversi, sumber q dan medan u diketahui atau paling tidak bisa dikontrol untuk diketahui, sedangkan material k harus ditentukan.

Solusi dari persamaan Helmholtz di atas adalah

$$u = - \int G(\vec{r}, \vec{r}') q(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (2)$$

G adalah fungsi Green.

Problema hamburan inversi lebih kompleks, karena melibatkan dua besaran yang tidak diketahui, yaitu medan di dalam benda penghambur dan material dari benda penghambur tersebut. Skenario problema hamburan inversi ditunjukkan pada gambar 1.



Gambar 1. Struktur dengan distribusi dielektrik yang diiluminasi dengan gelombang elektromagnetik E_z^i oleh pemancar Tx dan gelombang total E_z^t dideteksi oleh NR buah penerima Rx.

Persoalan menjadi dipermudah jika membagi medan total menjadi dua, yaitu medan datang u^i dan medan hamburan (scattered field) u^s ,

$$u = u^i + u^s \tag{3}$$

u^i adalah medan satu-satunya jika di dalam ruang pengamatan tidak terdapat benda penghambur, atau formulasi persamaan Helmholtz menjadi,

$$\nabla^2 u^i(\vec{r}, \omega) + k_o^2 u^i(\vec{r}, \omega) = -q(\vec{r}, \omega) \tag{4}$$

Sedangkan untuk gelombang hamburan berlaku

$$\nabla^2 u^s(\vec{r}, \omega) + k_o^2 u^s(\vec{r}, \omega) = -k_o^2 \delta \epsilon_r u(\vec{r}, \omega) \tag{5}$$

dengan $\delta \epsilon_r = \epsilon_r - 1$, yang dinamakan kontras.

Sehingga untuk kasus skenario pada gambar 1, dan polarisasi TM, berlaku [11] dan [12],

$$E_z(x, y) = E_z^i(x, y) + E_z^s(x, y) \tag{6}$$

$$E_z(x, y) = E_z^i(x, y) + k_o^2 \iint_{\Omega} G(x, y, x', y') \delta \epsilon_r(x', y') E_z(x', y') dx' dy' \tag{7}$$

dengan fungsi Green (untuk wilayah dua dimensi)

$$G(x, y, x', y') = G(\vec{\rho} - \vec{\rho}') = \frac{-j}{4} H_o^{(2)}(k_o |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \tag{8}$$

$H_o^{(2)}(x)$ adalah fungsi Hankel jenis kedua, dengan argumen x .

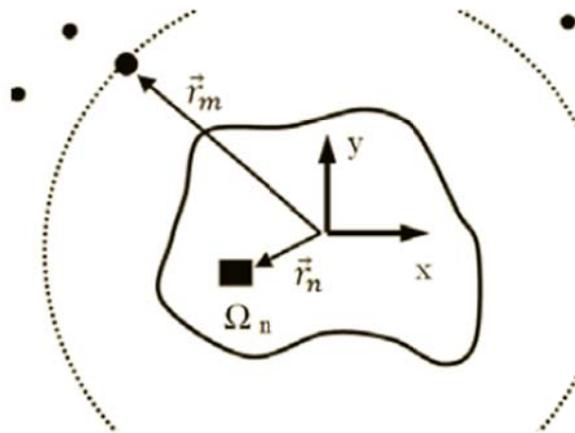
Untuk melakukan perhitungan integrasi di atas, diperlukan nilai medan total di

keseluruhan wilayah benda penghambur (Ω), dan parameter material, dalam hal ini kontras ($\delta\epsilon$). Hasil dari integrasi tersebut adalah medan hamburan yang bisa dihitung di mana-mana (baik di dalam benda penghambur, yang dengan hasil ini kita bisa menghitung medan total, ataupun pada titik-titik observasi tertentu tempat penerima diletakkan).

2.2 Diskretisasi Wilayah Pengamatan

Untuk memungkinkan solusi integrasi di atas, dilakukan diskretisasi wilayah benda penghambur, menjadi N buah wilayah yang sangat kecil. Diandaikan di sana berlaku medan $E_{z,n}$ dan kontras a_n , yang bernilai konstan di wilayah Ω_n (gambar 2), maka medan hambur di setiap titik bisa dihitung dengan persamaan (7) yang telah didiskretisasi

$$E_z^s(x, y) = k_o^2 \sum_n a_n E_{z,n} \iint_{\Omega_n} G(x, y, x', y') dx' dy' \quad (9)$$



Gambar 2. Setiap elemen luasan di wilayah dielektrika memberikan kontribusi medan hambur

Untuk mendapatkan cukup informasi dalam rangka mendapatkan solusi pada parameter-parameter yang tak dikenal ini, dilakukan M buah pengukuran di wilayah luar ini, sehingga didapatkan sebuah vektor yang dikenal nilainya, yaitu $[b] = [E_z^s(\vec{\rho}_1) \ E_z^s(\vec{\rho}_2) \ \dots \ E_z^s(\vec{\rho}_M)]^T$, vektor yang tak dikenal, yaitu kontras di setiap wilayah diskretisasi $[a] = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]^T$ dan matriks penghubung keduanya $[K]$, yang memiliki elemen

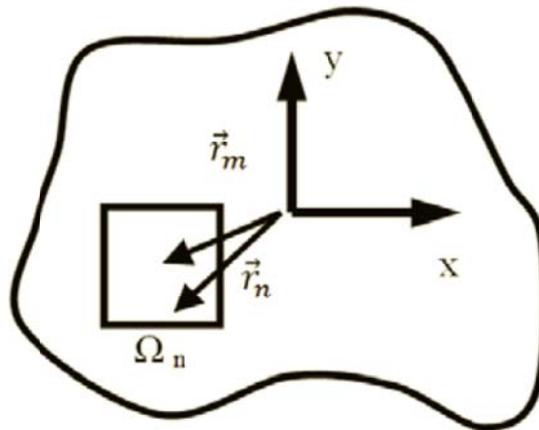
$$K_{j,n} = k_o^2 E_{z,n} \iint_{\Omega_n} G(\vec{\rho}_j, x', y') dx' dy' \quad (10)$$

Maka didapatkan persamaan matriks

$$[b] = [K] [a] \quad (11)$$

Dalam prakteknya, medan hamburan bisa diukur pada titik-titik pengamatan di luar wilayah dielektrika. Di gambar 2, wilayah pengamatan yang berada di luar dielektrika ini ditunjukkan pada garis putus-putus, tempat detektor, berupa antenna penerima diletakkan. Sehingga untuk perhitungan integrasi di persamaan (9) (x,y) tidaklah sama dengan (x',y') . Maka untuk titik pengamatan $\vec{\rho}_j = x_j\vec{a}_x + y_j\vec{a}_y$, integrasi menjadi

$$k_o^2 E_{z,n} \iint_{\Omega_n} G(\vec{\rho}_j, x', y') dx' dy' = k_o^2 E_{z,n} \frac{-j}{4} \iint_{\Omega_n} H_o^{(2)}(k_o|\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_n|) dx' dy' \approx k_o^2 E_{z,n} \frac{-j}{4} H_o^{(2)}(k_o|\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_n|) \Delta A \quad (12)$$



Gambar 3. Perhitungan integrasi untuk argumen fungsi Green yang bernilai sangat kecil.

Karena dalam perhitungan matriks ini medan total diperlukan di setiap wilayah diskretisasi, yang bisa dihitung dari persamaan (7), maka secara teoretis data tentang medan hamburan juga harus didapatkan di dalam benda penghambur, yang artinya titik pengamatan harus diletakkan di dalam benda penghambur, seperti ditampilkan di gambar 3.

Jika argumen fungsi Hankel kecil, maka bisa diaproksimasikan menjadi

$$H_o^{(2)}(x) \approx 1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma x}{2}\right)$$

dengan $\gamma = 1,781072418$.

Kasus ini terjadi jika titik pengamatan berada di tengah-tengah bidang kecil diskretisasi $\Delta A = \Delta x \Delta y$. Perhitungan disederhanakan dengan mengganti segiempat dengan lingkaran yang memiliki luas yang sama (dengan radius ρ_Δ , yaitu $\rho_\Delta = \Delta x/\sqrt{\pi}$). Integral dilakukan di wilayah lingkaran ini, sehingga menjadi

$$\iint_{\Omega_n} G(\vec{\rho}_j, x', y') dx' dy' = \frac{-j}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_\Delta} \left(1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k_o \rho}{2}\right)\right) \rho d\rho d\phi$$

$$= \frac{-j}{4} \left(\pi \rho_{\Delta}^2 - j4 \int_0^{\rho_{\Delta}} \rho \ln \left(\frac{\gamma k_o \rho}{2} \right) d\rho \right) = \frac{-\Delta x^2}{4} \left(\frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k_o \Delta x}{2\sqrt{\pi}} - \frac{1}{2} \right) - j \right) \quad (13)$$

Algoritma yang digunakan untuk penentuan beberapa besaran dilakukan secara iteratif dengan langkah-langkah berikut ini:

1. Pada langkah pertama ini, anggap tidak ada benda penghambur, sehingga medan total di dalam lokasi tempat benda penghambur berada, bisa di-set menjadi sama dengan medan datang $E_z = E_z^i$ di dalam Ω .
2. Mensolusikan persamaan matriks (11) dengan menghitung koefisien matriks di persamaan (10) menggunakan nilai medan total seperti pada step (1). Vektor $[b]$ didapatkan dari data pengukuran untuk setiap titik observasi $\vec{\rho}_m$, sehingga vektor $[a]$ bisa didapatkan.
3. Menggunakan persamaan (7) untuk menghitung medan total di dalam benda penghambur, sehingga bisa didapatkan medan total E_z yang merupakan versi perbaikan yang sebelumnya.
4. Dilakukan kembali step (2) dengan nilai medan total yang baru ini, dan selanjutnya sampai nilai medan total dan material $[a]$ sudah tidak mengalami perubahan yang signifikan.

Hal penting yang perlu diperhatikan pada persamaan linier ini adalah, karena sistim matriks ini $[K]$ bersifat ill-posed, maka solusi persamaan (11) tidak bisa didapatkan dengan inversi biasa (naive inversion). Jika dilakukan akan didapatkan hasil yang secara fisikalis tidak mungkin. Yang dilakukan adalah dengan menggunakan regularisasi, misalnya regularisasi Tikhonov, akan didapatkan persamaan pengganti, yaitu

$$[a] = \{[K]^+ \cdot [K] + \alpha [I]\}^{-1} [K]^+ \cdot [b] \quad (14)$$

Pembahasan mengenai regularisasi akan dibahas pada bagian berikut ini.

3. REGULARISASI

3.1 Dekomposisi Nilai Singular

Sistim matriks $[K]$ yang terdapat di persamaan linier (11), bisa didekomposisi menjadi

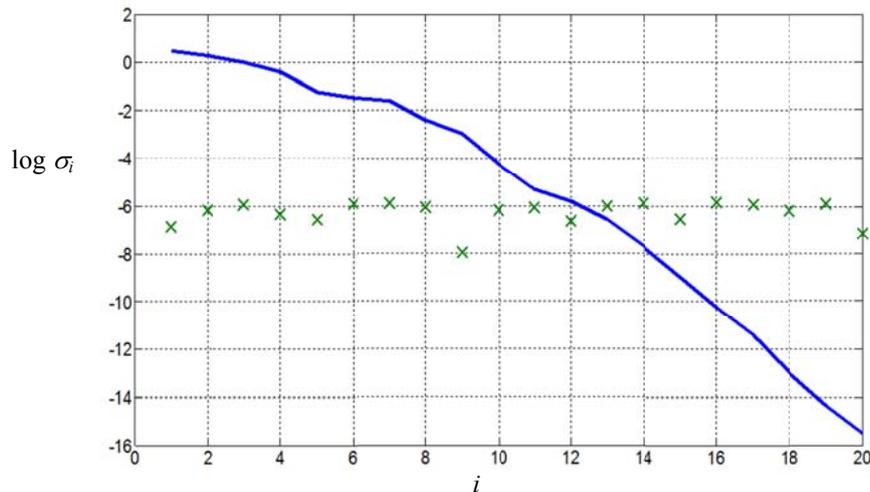
$$[K] = [U][S][V]^T$$

Matriks $[U]$ dan $[V]$ bersifat ortonormal dan kuadratis sedangkan matrix $[S]$ adalah matriks diagonal dengan elemennya merupakan nilai singular yang bernilai positif σ_i .

Solusi persamaan (11) bisa diberikan dengan invers generalisasi dari matriks $[K]$ di atas, yang bisa diformulasikan sebagai berikut ini.

$$[a]^+ = \sum_{i=1}^n \frac{[U]_{:,i}^T [b]}{\sigma_i} [V]_{:,i} \quad (15)$$

Gambar 4 menunjukkan sebuah contoh nilai-nilai singular dari sebuah matriks. Nilai singular ini menurun secara monoton. Di gambar ini juga ditampilkan kemungkinan noise yang muncul dari data pengamatan $[b]$. Noise yang didefinisikan di sini bernilai $< 10^{-6}$ (yang relatif kecil).



Gambar 4. Contoh 20 buah nilai singular dari sebuah matriks (solid) dan noise (x) [13]

Di persamaan (15) terlihat $[a]$ berbanding lurus dengan hasil bagi noise dengan nilai singular. Jadi jika nilai singularnya sangat kecil, jauh lebih kecil dari noise, akan didapatkan nilai $[a]$ yang besar.

3.2 Regularisasi Tikhonov

Regularisasi adalah suatu langkah yang dilakukan untuk mendapatkan hasil yang wajar. Langkah ini dijalankan dengan mengubah problem atau struktur dari problem, yang pada akhirnya akan didapatkan suatu kondisi trade-off antara hasil yang masuk akal dan problem yang benar-benar telah diubah.

Jenis regularisasi yang pertama adalah regularisasi berdasarkan pada pemotongan dekomposisi nilai singular (Truncated Singular Value Decomposition/TSVD). Filosofi dari regularisasi TSVD ini berangkat dari persamaan (15). Bahwa hasil $[a]$ menjadi tidak wajar, jika noise lebih besar dari nilai singular. Kondisi Picard [14] didefinisikan untuk menjamin didapatkannya hasil model $[a]$ yang wajar atau tidak, yaitu dengan membandingkan besar nilai singular dengan noise yang ada.

Regularisasi Tikhonov [15] memodifikasi persamaan (15) menjadi persamaan berikut ini

$$[a]^+ = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \alpha^2} \frac{[U]_{:,i}^T [b]}{\sigma_i} [V]_{:,i} \quad (16)$$

α adalah parameter regularisasi yang mempunyai maksud untuk menentukan seberapa banyak nilai singular akan dimasukan dalam perhitungan. Nilai dari parameter regularisasi biasanya tidak terlalu besar (besaran $10^{-7} \dots 10^{-5}$), sehingga

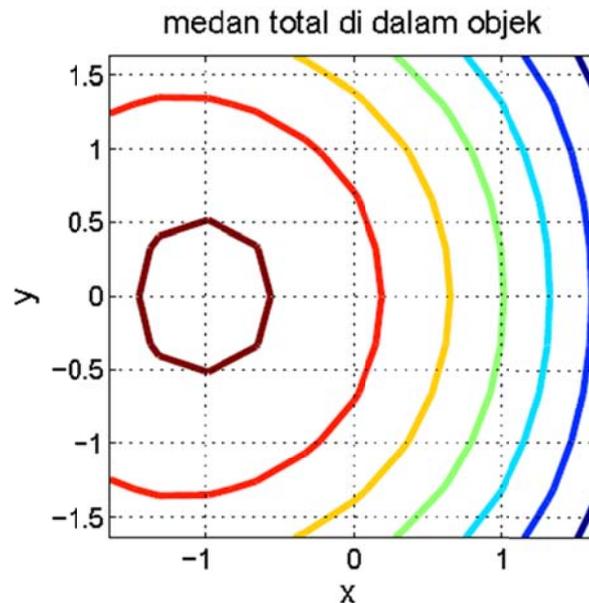
term tambahan yang ada di persamaan (16) berfungsi sebagai filter. Jika nilai singular besar dibandingkan α , maka persamaan (16) menjadi persamaan (15), tetapi jika nilai singular lebih kecil dari α , maka persamaan (15) harus dikalikan dengan σ_i^2/α^2 sehingga nilai yang kecil tidak berada di penyebut.

4. PERHITUNGAN DAN HASIL

Di penelitian awal ini belum dilakukan pembuatan test bed untuk mengukur performa algoritma yang dikembangkan. Data medan hamburan di sisi luar dari benda penghambur, yang seharusnya didapatkan dari hasil pengukuran, 'hanya' diberikan dalam bentuk hasil komputasi, yang dibuat se-eksak mungkin.

Untuk menghitung medan hamburan yang dihasilkan diamati sebuah struktur dielektrika sebagai benda penghambur. Struktur dielektrika ini memiliki luas $0.12\lambda \times 0.12\lambda$ yang terkonsentrasi di secara simetris di titik 0. Diamati dielektrika yang memiliki kontras 1.0. Untuk keperluan perhitungan, wilayah benda penghambur ini didiskretisasi menjadi 11×11 bagian yang kecil-kecil, jadi terdapat 121 nilai kontras $\delta\epsilon_r$ yang harus ditentukan. Sebagai eksitasi, sebuah sumber diletakkan di posisi $r' = 2\lambda$ dan $\varphi' = 0^\circ$.

Dengan menggunakan frekuensi sinyal sebesar 10 GHz (atau panjang gelombang 30 mm), maka sumber berada pada posisi $x = 60$ mm. Benda penghambur memiliki ukuran 3,6 mm x 3,6 mm.

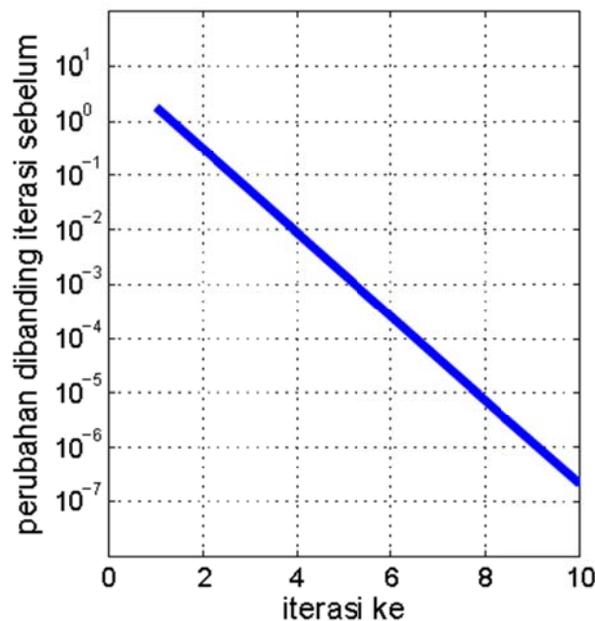


Gambar 5 Medan magnet total di Ω setelah iterasi ke-10

Tahap pertama adalah menentukan medan hambur di atas titik pengamatan, yang nantinya akan digunakan sebagai data untuk perhitungan problem inversi ini. Karena ada 121 kontras yang harus dihitung, di penelitian ini juga akan diberikan 121 data medan hambur. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan persamaan (9). Tapi karena medan total tidak diketahui nilainya, maka digunakan persamaan (7). Persamaan ini dipakai secara iteratif untuk mendapatkan medan total yang

tepat. Step pertama dengan menggunakan medan datang E_z^i sebagai medan total yang terdapat di sisi kanan. Dengan nilai ini, persamaan (7) akan memberikan versi perbaikan dari medan total, proses ini berlanjut sampai tidak ada perubahan lagi. Gambar 5 menunjukkan distribusi medan total di wilayah benda penghambur, terlihat dari gambar ini medan total yang terdistribusi simetris terhadap sumbu x , sumber berada pada posisi $x=60$ berupa gelombang datar.

Gambar 6 adalah konvergensi dari perhitungan medan total ini. Kurva ini memberikan informasi, bahwa perhitungan medan total secara iteratif berlangsung dengan baik, karena didapatkan konvergensi dengan perubahan nilai medan total dari satu langkah iterasi ke langkah berikutnya yang menuju nol.

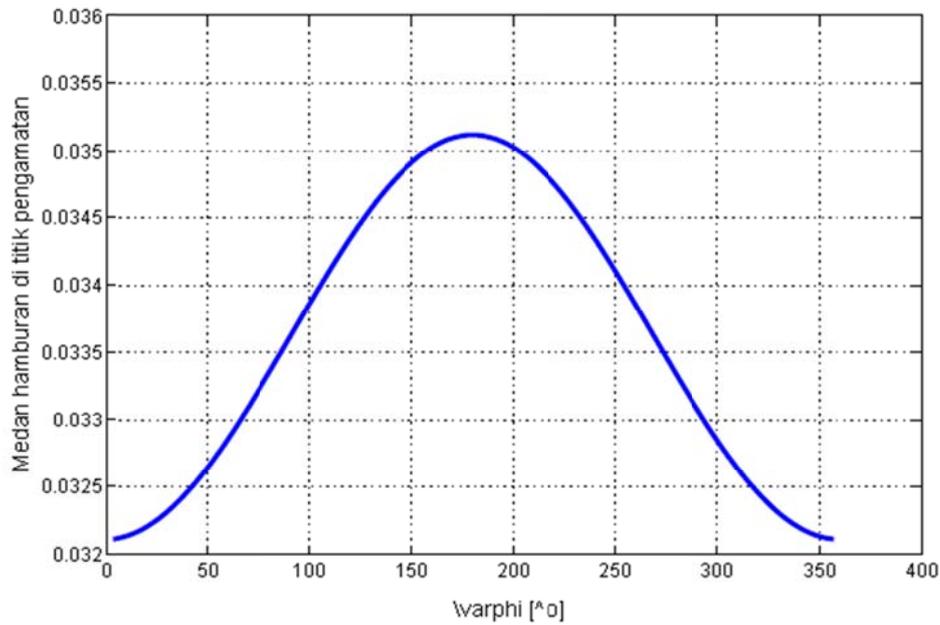


Gambar 6 Konvergensi proses iterasi untuk penentuan medan magnet total

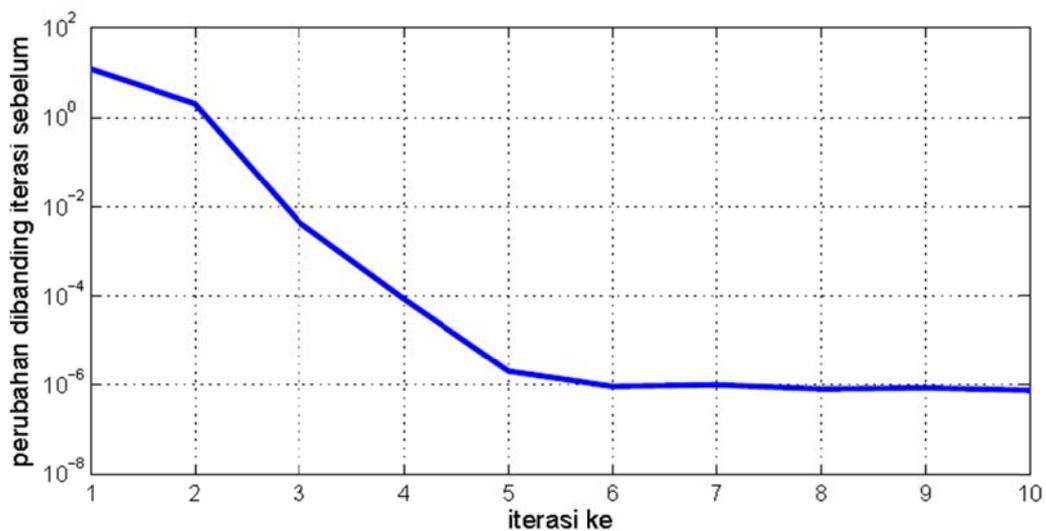
Langkah selanjutnya adalah menghitung medan hambur dengan persamaan (9), yang diamati di atas sebuah lingkaran dengan radius $r = 2\lambda$ dari titik tengah. Sehingga bisa disimulasikan kondisi yang ditunjukkan di gambar 1, sebagai model dari problem yang diamati. Gambar 7 menunjukkan hasil perhitungan tersebut. Terlihat simetri dari medan hambur terhadap $\varphi = 0^\circ$ dan 180° , karena struktur benda penghambur yang simetris, dan gelombang datang dari arah $\varphi' = 0^\circ$ menuju titik pusat. Untuk pengamatan awal, data medan hambur ini digunakan secara eksak, dengan menganggap tidak adanya kesalahan dalam perhitungan atau pengukuran.

Dengan algoritma yang diperkenalkan di bagian 3 dilakukan perhitungan distribusi kontras (vektor $[a]$), yaitu dengan persamaan matriks (14) dengan $\alpha = 0.0$ (tanpa regularisasi), yang artinya sama dengan persamaan matriks di persamaan (11).

Sebagai nilai awal untuk E_z kembali digunakan medan datang E_z^i , proses iterasi yang dijalankan sebanyak 10 kali, yaitu dengan konvergensi nilai kontras $\delta\epsilon_r$ seperti di gambar 8.

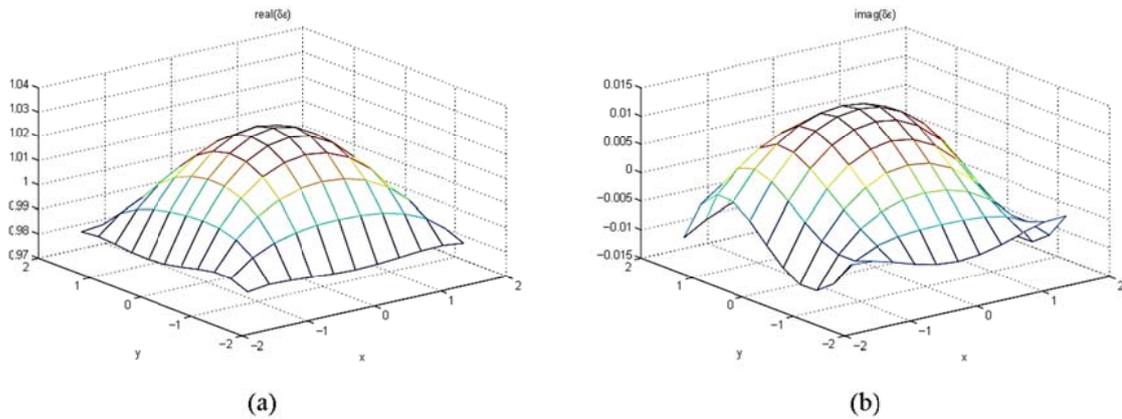


Gambar 7 Medan hamburan dengan persamaan (9) yang dihitung di atas lingkaran pengamatan ($r=60$ mm).



Gambar 8 Konvergensi dari proses iterasi penentuan $\delta\epsilon$.

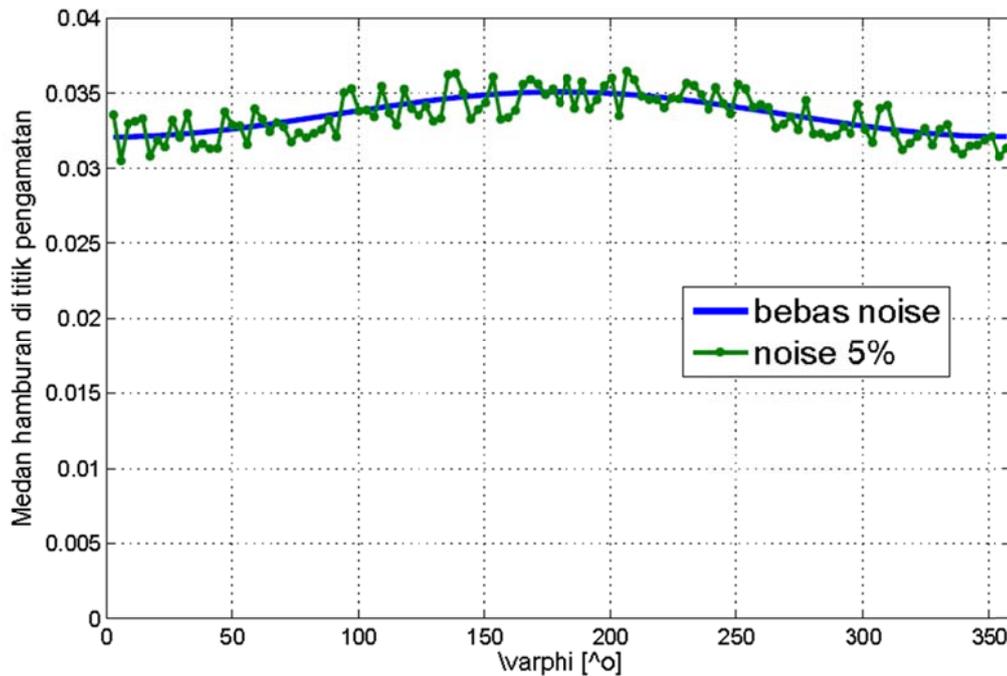
Di sini juga terlihat iterasi perhitungan kontras bersifat konvergen, karena setelah beberapa kali iterasi didapatkan perubahan yang sudah sangat kecil. Merujuk pada gambar 8, bisa dikatakan setelah iterasi ke-6, sudah didapatkan hasil akhir. Kontras yang dihasilkan dalam proses iterasi ini ditampilkan di gambar 9.



Gambar 9 (a). rekonstruksi komponen real dari kontras (b) dan imajiner dari kontras.

Komponen riil dari kontras yang didapatkan maksimal adalah 1.0256 dan nilai minimum 0.9729 (nilai eksak 1.0) dan untuk komponen imajineranya 0.0109 dan -0.0112 (nilai eksak 0.0). Adapun norm/error antara nilai kontras yang sebenarnya dan yang didapat adalah 0.1569.

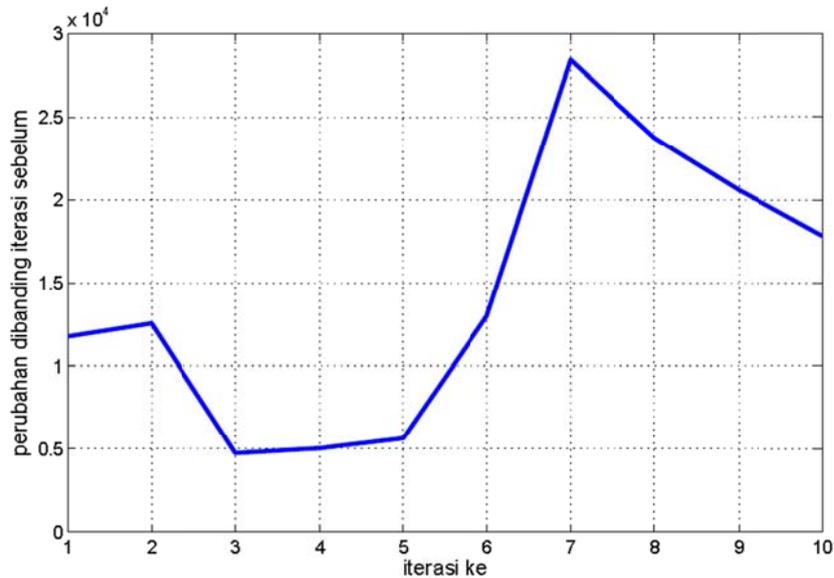
Berikutnya diamati pengaruh dari noise, yang bisa diakibatkan dari error yang muncul dari perhitungan atau pengukuran. Data medan hambur dikontaminasi dengan noise dengan amplitudo sebesar 5% dari amplitudo nilai yang sebenarnya dan dibuat secara random. Gambar 10 adalah medan hambur dengan dan tanpa noise, terlihat fluktuasi data tersebut, yang secara keseluruhan masih bisa dianggap kecil.



Gambar 10 Medan hamburan dengan terkontaminasi noise 5%.

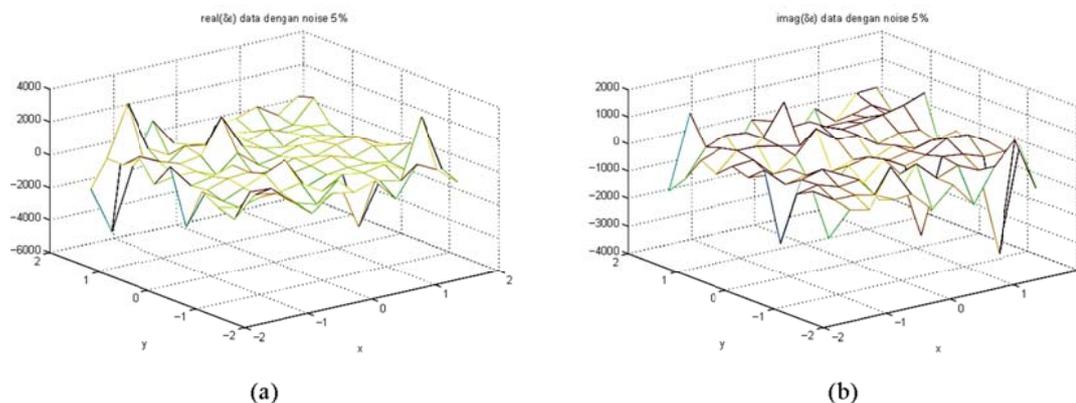
Dengan menggunakan proses yang sama didapatkan suatu nilai kontras yang tidak mengalami konvergensi, hal ini bisa dilihat dari gambar 11, perubahan nilai

kontras yang didapat pada iterasi aktual dengan iterasi sebelumnya mengalami fluktuasi dan masih sangat besar. Kondisi yang sangat berbeda dengan gambar 8. Dari gambar 11 ini bisa diduga ada suatu problem tertentu pada algoritma yang dikembangkan.



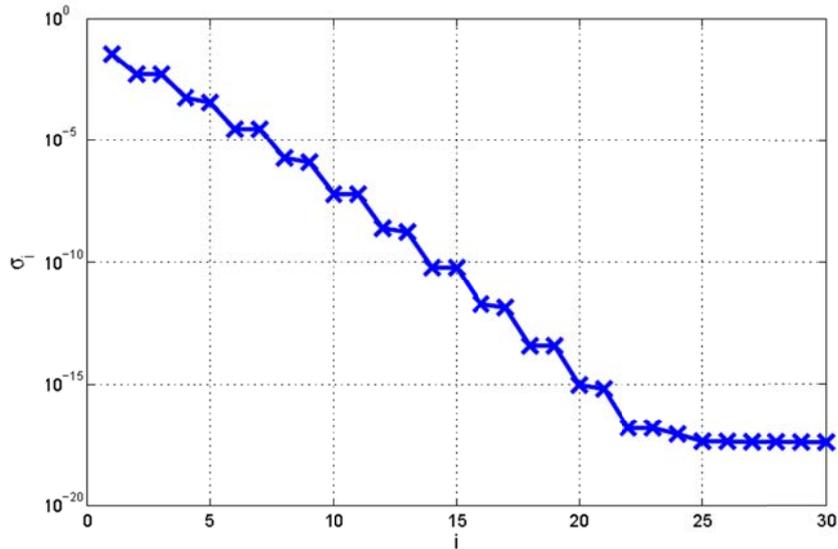
Gambar 11 Konvergensi dari proses iterasi penentuan $\delta\epsilon$.

Gambar 12 menunjukkan nilai kontras untuk data terkontaminasi noise ini. Data ini menjustifikasi fenomena tidak konvergenya error pada gambar xx6. Didapatkan hasil yang sangat terpisah jauh dari data kontras yang sebenarnya (dengan norm yang memiliki nilai $8.0231 \cdot 10^3$). Hasil yang secara fisikalis salah ini menunjukkan sistim matriks yang digunakan, yaitu matriks [K] bersifat singular, hal ini ditunjukkan oleh nilai singular dari matriks [K] ini yang menurun dengan cepat. Nilai singular dari matriks [K] bisa didapatkan dari perhitungan singular value decomposition.



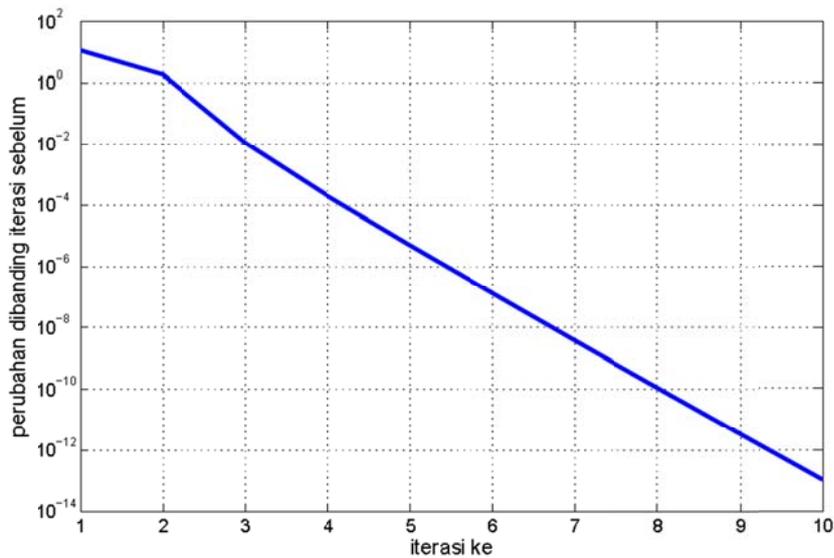
Gambar 12 (a). Rekonstruksi komponen real dari kontras tanpa regularisasi
 (b) Rekonstruksi komponen imag dari kontras tanpa regularisasi.

Gambar 13 adalah tampilan sebagian dari nilai singular yang dimiliki oleh matriks $[K]$, yang secara monoton mengecil. Jika nilai yang lebih kecil dari 10^{-20} diabaikan, maka mulai dari nilai ke-21 sampai ke-121 (karena dimensi matriks $[K]$ adalah 121), tidak diikuti dalam perhitungan yang presisi. Program matlab juga memberikan angka 20 (dengan perintah $\text{rank}(K)$).



Gambar 13 Nilai singular dari matriks sistim $[K]$.

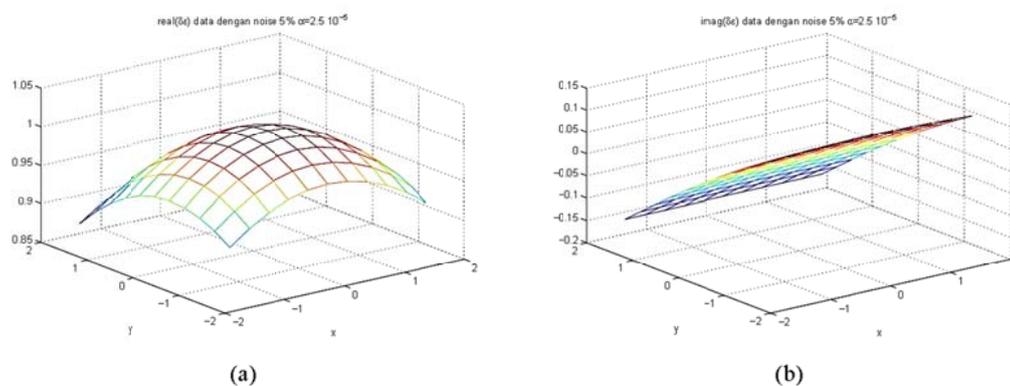
Dari teori yang dikembangkan di bagian 3, kondisi ini memerlukan regularisasi. Di penelitian ini digunakan regularisasi Tikhonov dengan nilai $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-5}$, didapatkan konvergensi penentuan kontras dengan baik sekali (gambar 14).



Gambar 14 Konvergensi dari proses iterasi penentuan $\delta\epsilon$ dengan $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-5}$.

Error yang didapatkan setiap iterasinya monoton menurun, dan sampai dengan iterasi ke-10 sudah cukup kecil ($< 10^{-12}$). Algoritma bisa dikatakan bekerja dengan baik. Gambar 15 menampilkan hasil rekonstruksi kontras, yang jauh lebih baik dibandingkan dengan kondisi tanpa regularisasi. Nilai maksimal dan minimal dari komponen riil kontras adalah 1.0126 dan 0.8759, sedangkan nilai maksimal dan minimal komponen imajiner dari kontras adalah 0.1280 dan -0.1436 dan norm 1.0629.

Error/norm yang didapatkan pada kasus data terkontaminasi noise ini bernilai lebih besar dibandingkan pada kondisi pengukuran ideal. Tetapi regularisasi membuktikan tetap bisa memberikan hasil yang secara fisikalis masih wajar, sehingga bisa didapatkan informasi yang lebih mendekati kebenaran.



Gambar 15 (a). Rekonstruksi komponen real dari kontras dengan $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-5}$
 (b) Rekonstruksi komponen imag dari kontras dengan $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-5}$.

5. KESIMPULAN

Penentuan distribusi dielektrika pada problem hamburan gelombang elektromagnetika adalah problema invers, yang memiliki sistim matriks bersifat ill-posed. Nilai singular mengecil secara monoton, yang pada kondisi riil memiliki nilai lebih kecil dibandingkan noise. Regularisasi Tikhonov digunakan untuk menstabilkan kondisi ini. Pada kasus hamburan dua dimensi dengan benda penghambur berukuran $0.12\lambda \times 0.12\lambda$ dengan kontras 1.0 dan noise dari data sebesar 5% didapatkan nilai maksimal dan minimal komponen riil dari kontras sebesar 1.0126 dan 0.8759, sedangkan nilai maksimal dan minimal komponen imajiner dari kontras adalah 0.1280 dan -0.1436.

REFERENCES

- [1] Weedon, W.H., Chew, W.C., and Mayes, P.E., A Step-frequency radar imaging system for microwave nondestructive evaluation. *Progress in Electromagnetic Research*, vol. 28, pp.121-146, 2000.
- [2] Abubakar, A., van den Berg, P.M., and Mallorqui, J.J., Imaging of biomedical data using a multiplicative regularized contrast source inversion method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 7, pp.1761-1777, July 2002.

- [3] Song, L.P., Yu, C., and Liu, Q.H., Through-wall imaging (TWI) by radar: 2-D tomographic results and analyses. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 43, no. 12, pp. 2793-2798, Dec. 2005.
- [4] Boughriet, A., Legrand, C., and Chapoton, A. A noniterative stable transmission/reflection method for low-loss material complex permittivity determination. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 45(1):52-57, 1997.
- [5] Gorriti, A. and Slob, E. A new tool for accurate s-parameters measurements and permittivity reconstruction. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 43(8):1727-1735, 2005.
- [6] Hasar, U. and Westgate, C. A broadband and stable method for unique complex permittivity determination of low-loss materials. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 57(2):471-477, 2009.
- [7] Brovko, A., Murphy, E., and Yakovlev, V. Waveguide microwave imaging: Neural network reconstruction of functional 2-d permittivity profiles. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 57(2):406-414, 2009.
- [8] Requena-Perez, M., Albero-Ortiz, A., Monzo-Cabrera, J., and Diaz-Morcillo, A. Combined use of genetic algorithms and gradient descent optimization methods for accurate inverse permittivity. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 54(2):615-624, 2006.
- [9] Akleman, F. and Yapar, A. Reconstruction of longitudinally inhomogeneous dielectric in waveguides via integral equation technique. *11th Int. Direct and Inverse Problems of Electromagn. Acoust. Wave Theory Seminar/Workshop*, Tbilisi, Georgia, pages 53-58, 2006.
- [10] Akleman, F. Reconstruction of complex permittivity of a longitudinally inhomogeneous material loaded in a rectangular waveguide. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, 18(3):158-160, 2008.
- [11] Wang, Y. and Chew, W. (1989). An iterative solution of the two-dimensional electromagnetic inverse scattering problem. *Int. Journal of Imaging Systems and Technology*, 1:100-108.
- [12] Chew, W. and Wang, Y. (1990). Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted born iterative method. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 9(2):218-225.
- [13] Alaydrus, M., Analisa Problem Difraksi Pada Celah dengan Regularisasi TSVD dan Tikhonov, SNPPTI, Seminar Nasional, 2012.
- [14] Hansen, P.C., Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion, SIAM, Philadelphia, 1998.
- [15] Aster, R.C., Borchers, B., Thurber, C.H., *Parameter Estimation and Inverse Problems*, 2nd ed., Academic Press, Elsevier, Amsterdam, 2012.

