

# Analisis *Phase Lead Compensator* Pada Pemodelan *State Space* Motor Induksi Tiga Fasa

Paulus Setiawan<sup>1\*</sup>, Putri Aryani<sup>2</sup>, Bambang Sudibya<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aeronautika, Institut Teknologi Dirgantara Adisutjipto, Yogyakarta

<sup>2</sup>Teknik Elektro, Institut Teknologi Dirgantara Adisutjipto, Yogyakarta

\*[paulussetiawan@stta.ac.id](mailto:paulussetiawan@stta.ac.id)

**Abstrak**— Penelitian tentang pengendalian motor induksi telah banyak dilakukan dalam perkembangan dunia industri, tujuannya adalah untuk mendapatkan efisiensi dalam penggunaan energi listrik. Penelitian ini diawali dengan pemodelan motor induksi kedalam sumbu direct dan quadrature (*dq*) dan kemudian memodelkan sistem persamaan *state space*. Sistem persamaan *state space* yang digunakan bertujuan untuk menyederhanakan pemodelan motor induksi sehingga mudah untuk dianalisis. Selanjutnya melakukan perancangan pada sistem kendali motor induksi dengan penambahan kompensator mendahului (*lead compensator*) yang bertujuan untuk memperbaiki nilai *response* pada sistem. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini adalah menganalisis nilai-nilai *response* pada torsi elektromagnetik, kecepatan putaran rotor, dan arus stator yang kesemuanya ini dibandingkan terhadap perubahan waktu. Pada saat pengasutan awal motor induksi dengan *lead compensator* yang didesain dengan penurunan *overshoot* sebesar 15%, torsi elektromagnetik yang dihasilkan menjadi lebih tinggi dengan nilai maksimum sebesar 25,6%. Kemudian pada saat motor induksi melayani beban sebesar 50 Nm kecepatan *steady state* putaran rotor menjadi lebih tinggi 1,57%, tetapi arus stator menjadi 12,95% lebih rendah jika dibandingkan dengan sistem yang didesain pada penurunan *overshoot* sebesar 10%.

**Kata Kunci**— *Direct quadrature, lead compensator, motor induksi, state space.*

DOI: 10.22441/jte.2022.v13i2.004

## I. PENDAHULUAN

Motor induksi adalah salah satu jenis dari motor-motor listrik yang bekerja berdasarkan induksi elektromagnetik. Motor induksi membutuhkan sumber energi listrik yaitu di sisi stator, sedangkan sistem kelistrikan di sisi rotornya diinduksikan melalui celah udara dari stator dengan media electromagnet. Didalam pengendalian kecepatan putaran rotor, motor induksi memiliki banyak metode dan salah satunya adalah dengan pemodelan ruang keadaan (*state space*).

Penelitian yang membahas latar belakang teoritis pemodelan ruang keadaan mesin induksi, bertujuan untuk menyajikan persamaan yang diperlukan dari mesin induksi dan pemodelan ruang keadaan (*state space*). Meskipun mesin induksi mempunyai persamaan sistem yang non-linear, pemodelan Linear Parameter Varying (LPV) atau quadrature LPV dapat dirumuskan kedalam persamaan motor induksi [1].

Permasalahan yang sering muncul belakangan kemudian adalah terjadinya ketidakseimbangan tegangan yang

merupakan nilai tegangan yang tidak sama pada sistem tegangan tiga fasa yang terdapat pada sistem tenaga listrik. Atas dasar permasalahan tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk dapat menganalisis dinamika kinerja motor induksi. Analisis dinamik dilakukan dengan memodelkan motor induksi tiga fasa menggunakan kerangka acuan arbitrer dengan metode transformasi quadrature langsung di Matlab Simulink. Pada penelitian dengan ketidakseimbangan tegangan hingga 5%, torsi elektromagnetik mengalami penurunan sebesar 2,89% menjadi 13,83% dan arus stator dalam satu fasa meningkat sebesar 29,1% menjadi 245,8% [2].

Pada penelitian ini diawali dengan pemodelan motor induksi kedalam sumbu direct dan quadrature (*dq*) dan kemudian memodelkan sistem persamaan *state space*. Sistem persamaan *state space* yang digunakan bertujuan untuk menyederhanakan pemodelan motor induksi sehingga mudah untuk dianalisis. Selanjutnya melakukan perancangan pada sistem kendali motor induksi dengan penambahan kompensator mendahului (*lead compensator*) yang bertujuan untuk memperbaiki nilai *response* pada sistem tersebut.

## II. PENELITIAN TERKAIT

Penggunaan motor induksi pada mobil listrik dikembangkan semenjak teknologi kendali vektor ditemukan dan dikembangkan. Pada teknologi kendali vektor memerlukan pemodelan dinamik motor induksi pada sisi elektrik dan mekanik. Seiring dengan pengembangan teknologi sistem pengendali vector tersebut, persamaan *state space* merupakan solusi yang dapat digunakan untuk menyederhanakan pemodelan motor induksi sehingga memudahkan dalam menentukan persamaan kendali vektor dan mendesain pengendali untuk mendapatkan performa motor induksi yang maksimal. Selain itu, persamaan *state space* motor induksi juga dapat digunakan untuk mendesain dan menentukan kestabilan dari suatu sistem pengaturan motor induksi. Respon karakteristik dasar motor induksi meliputi respon karakteristik arus stator, kecepatan rotor dan elektromagnetik torsi pada kondisi tanpa beban dan pada saat beban penuh [3].

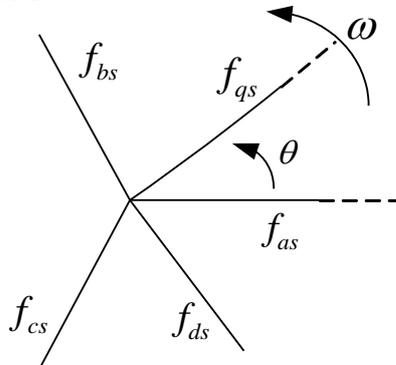
Penelitian dengan pemodelan estimasi on-line sebagian besar parameter listrik motor induksi untuk mencapai sistem penggerak kinerja tinggi, diusulkan menggunakan jaringan saraf Volterra (VNN). Teknik pemodelan ini didasarkan pada pengukuran tegangan stator, arus dan kecepatan motor tanpa memerlukan pemodelan *state-space*. Selain itu, VNN

diimplementasikan untuk menghubungkan karakteristik kinerja kondisi tunak motor induksi dengan inputnya. Hasil simulasi dan praktik menetapkan validitas teknik yang diusulkan dan menunjukkan akurasi yang wajar dari parameter yang diestimasi serta karakteristik kinerja kondisi tunak yang sangat baik [4].

Kemudian penelitian yang membahas masalah pemodelan motor induksi dengan representasi non-stasioneritas dan non-linier sebagai ketidakpastian sistem, pemodelan ruang keadaan (*state space*) yang dihasilkan kemudian diterapkan dalam skema baru kendali kecepatan digital yang kuat dengan orientasi fluks rotor. Penyelesaian masalah kendali dilakukan dengan mensintesis *gain* umpan balik keadaan yang kuat untuk ragam desain *plant* sistem tersebut [5].

### III. METODOLOGI PENELITIAN

Untuk melakukan analisis terhadap mesin induksi diperlukan pengetahuan tentang teori kerangka acuan yang dikenalkan oleh R. H. Park sekitar tahun 1920-an, yang merupakan sebuah pendekatan untuk menganalisis mesin-mesin listrik., yang dikenal dengan Transformasi Park. Transformasi Park mengubah variabel-variabel dari sumbu abc ke dalam sumbu *direct* dan *quadrature* atau yang lebih dikenal dengan sumbu dq. Transformasi ini dapat dilukiskan sebagai hubungan trigonometri antara variabel-variabel dalam sumbu abc dengan variabel dalam sumbu dq [13], seperti terlihat dalam Gambar 1.



Gambar 1. Skema Transformasi Ekuivalen

Persamaan tegangan dalam ragam variabel mesin dapat dituliskan sebagai

$$v_{abc} = r_s i_{abc} + p \lambda_{abc} \quad (1)$$

$$v_{abcr} = r_r i_{abcr} + p \lambda_{abcr} \quad (2) \text{ dimana}$$

$$(f_{abc})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (3)$$

$$(f_{abcr})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}] \quad (4)$$

Pada persamaan diatas, subscript *s* menyatakan parameter dan variabel yang dikelompokkan kedalam rangkaian stator, dan subscript *r* menyatakan parameter dan variabel yang dikelompokkan kedalam rangkaian rotor. Untuk sistem linear magnetik, fluks lingkup dapat dituliskan sebagai

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Secara khusus belitan induktansi dapat diturunkan dengan persamaan

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$L_{sr} = L_s \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (8)$$

Dari persamaan (7), didapatkan

$$L'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sekarang persamaan fluks lingkup motor dapat diekspresikan sebagai

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Dan terminologi persamaan tegangan yang didasarkan pada belitan stator, dapat diekspresikan sebagai

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & pL'_{sr} \\ p(L'_{sr})^T & r'_r + pL'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (11)$$

#### A. Persamaan Transformasi Pada Rangkaian Stator

Perubahan variabel-variabel pada persamaan transformasi tiga fasa dari elemen rangkaian stasioner menjadi kerangka acuan *arbitrary* dapat dituliskan sebagai

$$f_{qd0s} = K_s f_{abc} \quad (12) \text{ dimana}$$

$$(f_{qds0s})^T = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}] \quad (13)$$

$$(f_{abc})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (14)$$

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

#### B. Persamaan Transformasi Pada Rangkaian Rotor

Analisis motor induksi juga ditujukan untuk mentransformasikan variabel-variabel yang dikelompokkan kedalam belitan rotor. Perubahan variabel-variabel pada persamaan transformasi tiga fasa rangkaian rotor ke kerangka acuan *arbitrary* dapat dituliskan sebagai

$$f'_{qd0r} = K_r f'_{abcr} \quad (16) \text{ dimana}$$

$$(f'_{qds0r})^T = [f'_{qr} \quad f'_{dr} \quad f'_{0r}] \quad (17)$$

$$(f'_{abcr})^T = [f'_{ar} \quad f'_{br} \quad f'_{cr}] \quad (18)$$

$$K_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \beta & \sin\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

### C. Persamaan Tegangan Dalam Variabel Kerangka Acuan

Analisis motor induksi juga ditujukan untuk mentransformasikan variabel-variabel yang dikelompokkan kedalam belitan rotor. Perubahan variabel-variabel pada persamaan transformasi tiga fasa rangkaian rotor ke kerangka acuan *arbitrary* dapat dituliskan sebagai

$$v_{qd0s} = r_s i_{qd0s} + \omega \lambda_{dqs} + p \lambda_{qd0s} \quad (20)$$

$$v'_{qd0r} = r'_r i'_{qd0r} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dqr} + p \lambda'_{qd0r} \quad (21)$$

dimana

$$(\lambda_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0] \quad (22)$$

$$(\lambda'_{dqr})^T = [\lambda'_{dr} \quad -\lambda'_{qr} \quad 0] \quad (23)$$

Substitusi persamaan transformasi kedalam persamaan fluks lingkup yang dituliskan kedalam variabel abc pada persamaan (10) sebelumnya, maka persamaan fluks lingkup untuk sistem magnetik sebagai

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0s} \\ \lambda'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s L_s (K_s)^{-1} & K_s L'_{sr} (K_r)^{-1} \\ K_r (L'_{sr})^T (K_s)^{-1} & K_r L'_r (K_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qd0s} \\ i'_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (25)$$

dimana

$$L_M = \frac{3}{2} L_{ms} \quad (26) \text{ maka}$$

$$K_r L'_r (K_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$K_s L'_{sr} (K_r)^{-1} = K_r (L'_{sr})^T (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

### D. Pemodelan Motor Induksi

Analisis dinamik motor induksi biasanya dimodelkan dengan rangkaian ekuivalen dalam kerangka acuan. Berdasarkan persamaan (20) dan (21) dapat diturunkan persamaan tegangan motor induksi kedalam sumbu dq sebagai

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (29)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (30)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (31)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (32)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (33)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p \lambda'_{0r} \quad (34)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (25), (27), dan (28) kedalam persamaan (24), maka untuk persamaan fluks lingkup motor induksi dapat dikembangkan kedalam bentuk

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (35)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (36)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (37)$$

$$\lambda_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (38)$$

$$\lambda_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (39)$$

$$\lambda_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (40)$$

Kemudian rangkaian ekuivalen pada persamaan tegangan dan fluks lingkup motor induksi menjadi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.

Berdasarkan persamaan (29) sampai dengan (34), persamaan tegangan dan fluks lingkup dalam terminologi atau istilah reaktansi induktif dapat dituliskan sebagai

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{qs} \quad (41)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{ds} \quad (42)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} \quad (43)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} \quad (44)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} \quad (45)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{0r} \quad (46)$$

Dimana  $\omega_b$  adalah kecepatan sudut elektrik yang digunakan untuk mengkomputasi nilai reaktansi induktif. Maka selanjutnya persamaan fluks lingkup (35) sampai dengan (40) menjadi persamaan fluks lingkup dalam satuan unit tegangan perdetik yaitu

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (47)$$

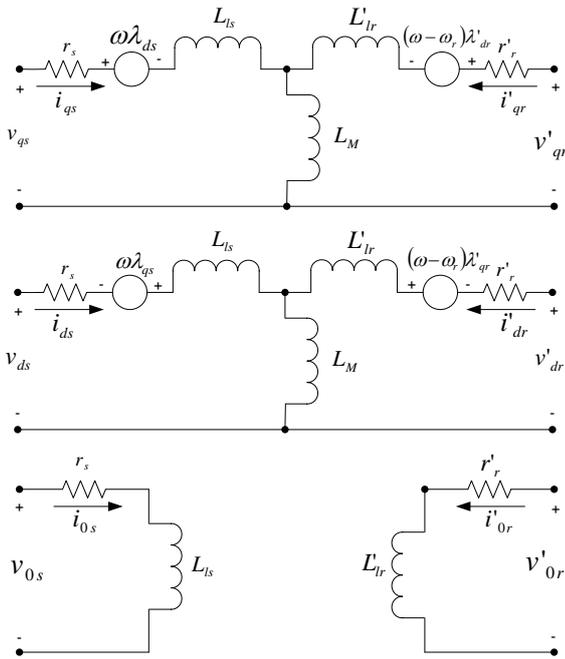
$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (48)$$

$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s} \quad (49)$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr} i'_{qr} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (50)$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr} i'_{dr} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (51)$$

$$\psi'_{0r} = X'_{lr} i'_{0r} \quad (52)$$



Gambar 2. Pemodelan Motor Induksi dengan Kerangka Acuan

Kemudian persamaan untuk mensimulasikan motor induksi yang simetris dengan kerangka acuan *arbitrary*, dapat dibuat dengan terlebih dahulu menyelesaikan persamaan fluks lingkup atau persamaan fluks per detik untuk arus. Sehingga dari persamaan (47-52) dapat dituliskan

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{qs} - \psi_{mq}) \quad (53)$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{ds} - \psi_{md}) \quad (54)$$

$$i_{0s} = \frac{1}{X_{ls}} \psi_{0s} \quad (55)$$

$$i'_{qr} = \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{qr} - \psi_{mq}) \quad (56)$$

$$i'_{dr} = \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{dr} - \psi_{md}) \quad (57)$$

$$i'_{0r} = \frac{1}{X'_{lr}} \psi'_{0r} \quad (58)$$

Di mana  $\psi_{mq}$  dan  $\psi_{md}$ , yang berguna saat mewakili saturasi, didefinisikan sebagai

$$\psi_{mq} = X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (59)$$

$$\psi_{md} = X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (60)$$

#### E. Persamaan Torsi Elektromagnetik, Kecepatan Rotor, dan Daya Input

Persamaan torsi elektromagnetik dalam variabel kerangka acuan *arbitrary* dapat dituliskan sebagai [13]

$$T_e = \left( \frac{P}{2} \right) \left[ (K_s)^{-1} i_{qd0s} \right]^T \frac{d}{d\theta_r} \left[ L'_{sr} \right] (K_r)^{-1} i'_{qd0r} \quad (61)$$

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) L_M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr}) \quad (62)$$

Persamaan ekuivalen dari torsi elektromagnetik lainnya, dapat ditulis sebagai

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) (\lambda'_{qr} i'_{dr} - \lambda'_{dr} i'_{qr}) \quad (63)$$

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (64)$$

Berdasarkan persamaan (55) dan (56), persamaan torsi elektromagnetik dalam fluks lingkup kerangka acuan *arbitrary* dapat dituliskan sebagai

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) \left( \frac{1}{\omega_b} \right) (\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr}) \quad (65)$$

Hubungan antara torsi elektromagnetik dan kecepatan rotor dapat dituliskan dengan persamaan

$$T_e = 2H \frac{d}{dt} \frac{\omega_r}{\omega_b} + T_L \quad (66)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_b}{2H} (T_e - T_L) \quad (67)$$

#### F. Persamaan Matriks Impedansi

$$Z = \begin{bmatrix} R_s & L_s \omega_{s0} & 0 & L_m \omega_{s10} \\ -L_s \omega_{s0} & R_s & -L_m \omega_{s10} & 0 \\ 0 & L_m \omega_{s10} & R_s & L_s \omega_{s10} \\ -L_m \omega_{s10} & 0 & -L_s \omega_{s10} & R_s \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m & 0 \\ L_m & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} -R_s & -L_s \omega_{s0} & 0 & L_m \omega_{s0} & 0 \\ L_s \omega_{s0} & -R_s & L_m \omega_{s0} & 0 & 0 \\ 0 & -L_m \omega_{s10} & -R_s & -L_r \omega_{s10} & C_3 \\ -L_m \omega_{s10} & 0 & -L_r \omega_{s10} & -R_s & -C_4 \\ K_1 I_{dr0} & -K_1 I_{qr0} & -K_1 I_{ds0} & K_1 I_{qs0} & B \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P}{2} \end{bmatrix} \quad (71)$$

#### G. Persamaan state space fungsi alih

Dari persamaan (68) – (71) dapat digunakan kedalam matriks  $A = P_1^{-1} \times Q_1$  (72)

$$B_1 = P_1^{-1} \times R_1 \quad (73)$$

$$B = B_1 \times B_p \quad (74)$$

$$C = [K_2 I_{dr0} \quad -K_2 I_{qr0} \quad -K_2 I_{ds0} \quad K_2 I_{qs0} \quad 0] \quad (75)$$

$$B_p = [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (76)$$

Selanjutnya dalam menghitung *state space* fungsi alih

$$S_0 X(s) = A \times X(s) + B \times \mu(s) \quad (77)$$

$$G(s) = C \times X(s) + D \times \mu(s) \quad (78)$$

$$G(s) = [C \times (sI - A)^{-1} \times B + D] \times \mu(s) \quad (79)$$

#### IV. HASIL DAN ANALISA

Untuk inialisasi model simulasi, digunakan motor induksi tiga fasa seperti pada Gambar 3 dengan mengikuti spesifikasi sebagai berikut [13]:

Daya motor : 5 Hp; Tegangan terminal: 220 Volt

Kutub: 4; Frekuensi: 60 Hz

Pada percobaan stator dengan arus searah (*Dc current test*), tanpa beban,  $V_{dc} = 13.8$  Volt;  $I_{dc} = 13.0$  Amp.

Kemudian pada percobaan rotor hubung singkat (*Blocked Rotor Test*),  $V_{br} = 23,5$  Volt;  $I_{br} = 12,9$  Amp;  $P_{br} = 469$  Watt;  $f = 15$  hz; Slip =  $S = 4\% = 0,04$ .

Setelah dilakukan perhitungan untuk mengetahui karakteristik motor induksi, maka didapatkan

$$r_s = 0,5308 \Omega; r'_r = 0,4146 \Omega$$

$$X_{ls} = 0,2365 \Omega; X'_{lr} = 0,2365 \Omega; X_M = 32,3639 \Omega$$

##### A. State Space Fungsi Alih

Dengan menggunakan persamaan (72) – (79) didapatkan

$$A = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} -0,0402 & -2,3701 & 0,0311 & -2,3504 & 0,0010 \\ 2,5644 & -0,0402 & 2,5463 & 0,0311 & -0,0338 \\ 0,0399 & 2,3504 & -0,0314 & 2,3309 & -0,0010 \\ -2,5463 & 0,0399 & -2,5282 & -0,0314 & 0,0340 \\ -0,0095 & -0,0003 & -0,0094 & -0,0033 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 756,8832 & 0 & -751,0813 & 0 & -16,3130 & 0 \\ 0 & 756,8832 & 0 & -751,0813 & -5,7348 & 0 \\ -751,0813 & 0 & 756,8832 & 0 & 16,3449 & 0 \\ 0 & -751,0813 & 0 & 756,8832 & 0,4936 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -22,4719 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -756,8832 \\ 0 \\ 751,0813 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

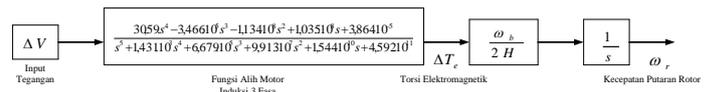
$$C = [-528,9847 \quad -15,9748 \quad -527,9523 \quad -185,6005]$$

$$G(s) = \frac{\Delta T_e}{\Delta V} = \frac{30,59s^4 - 3,446 \cdot 10^5 s^3 - 1,134 \cdot 10^8 s^2 + 1,035 \cdot 10^8 s + 3,864 \cdot 10^{-5}}{s^5 + 1,431 \cdot 10^3 s^4 + 6,679 \cdot 10^5 s^3 + 9,913 \cdot 10^7 s^2 + 1,544 \cdot 10^{10} s + 4,592 \cdot 10^{11}}$$

*Transfer function* kecepatan rotor pada motor induksi yang berdasar pada persamaan (67) adalah:

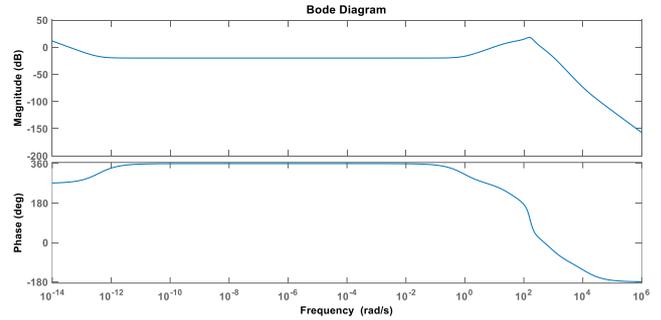
$$\frac{\omega_r}{\Delta V} = G(s) \bullet \frac{\omega_b}{2H} \bullet \frac{1}{s}$$

$$\frac{\omega_r}{\Delta V} = \frac{1,368 \cdot 10^4 s^4 - 1,54 \cdot 10^8 s^3 - 5,071 \cdot 10^{10} s^2 + 4,625 \cdot 10^{10} s + 0,01728}{s^6 + 1,431 \cdot 10^3 s^5 + 6,679 \cdot 10^5 s^4 + 9,913 \cdot 10^7 s^3 + 1,544 \cdot 10^{10} s^2 + 4,592 \cdot 10^{11}}$$



Gambar 3. Fungsi alih motor induksi 3 fasa

##### B. Bode Diagram Frequency Response



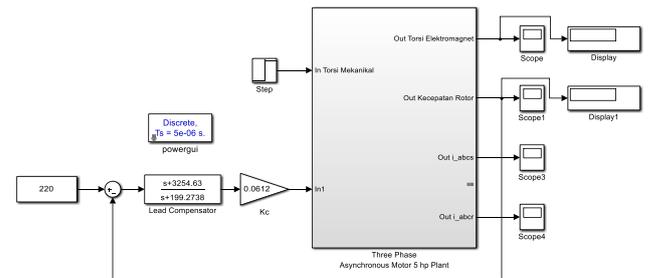
Gambar 4. Sketsa bode diagram pada plant motor induksi

Desain *lead compensator* pada sistem kendali dengan mengikuti *transfer function open loop* jika sistem memiliki konstanta *static error*  $k_v = 1,6201 \cdot 10^{-4}$  dan 10% *overshoot*, maka akan didapatkan fungsi alih

$$G_c(s) = 0,0612 \left( \frac{s + 3254,63}{s + 199,2738} \right),$$

sedangkan jika desain dengan penurunan *overshoot* sebesar 15% akan didapatkan

$$G_c(s) = 0,1 \left( \frac{s + 2978,2703}{s + 265,96} \right)$$

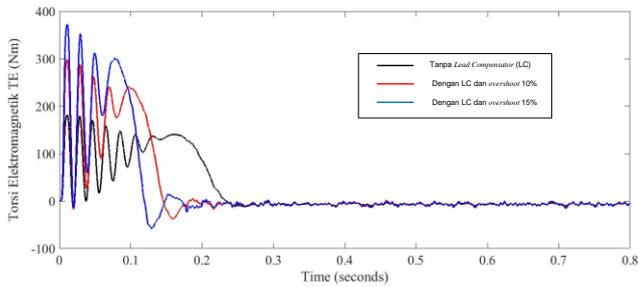


Gambar 5. Blok diagram rangkaian *lead compensator*

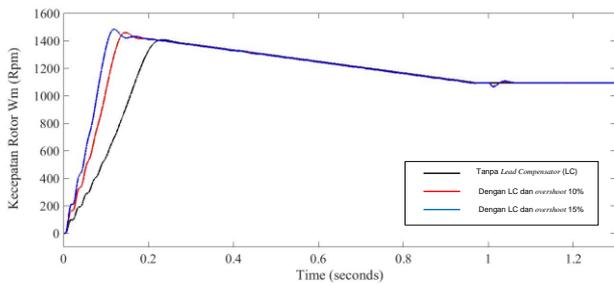
##### C. Sistem Kendali Motor Induksi Pada Saat Tanpa Beban

Setelah mendapatkan rangkaian lengkap kendali motor induksi tiga fasa dengan *lead compensator* pada Gambar 5, maka pada Gambar 6 merupakan analisis karakteristik torsi elektromagnetik motor induksi dengan *lead compensator* yang didesain untuk penurunan *overshoot* sebesar 15%. Pada gambar tersebut torsi elektromagnetik mengalami kenaikan sampai pada keadaan nilai maksimum dan kemudian turun sampai pada keadaan *steady state*. Pada saat pengasutan awal motor induksi dengan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15%, torsi elektromagnetik mempunyai nilai maksimum sebesar 302 Nm dengan rentang waktu 0,07 detik dan kemudian mengalami penurunan sampai dengan 0,085 Nm untuk mencapai keadaan *steady state* di waktu 0,18 detik. Nilai torsi maksimum dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15% yaitu 302 Nm adalah 25,68% lebih tinggi dibandingkan dengan nilai torsi maksimum *lead Compensator* dengan penurunan *overshoot* 10% yang nilainya

sebesar 240,3 Nm. Sedangkan nilai keadaan waktu *steady state* dengan penurunan *overshoot* 15% 0,07 detik adalah 61,1% lebih cepat dibandingkan dengan nilai waktu *steady state* pada penurunan *overshoot* 10% dengan waktu 0,18 detik.

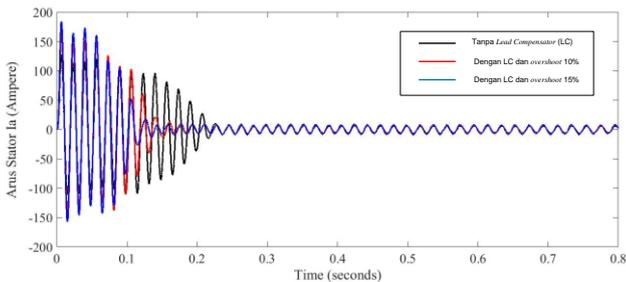


Gambar 6. Respon torsi elektromagnetik pada motor induksi saat tanpa beban



Gambar 7. Respon kecepatan rotor pada motor induksi saat tanpa beban

Pada Gambar 7 menampilkan *response* kecepatan putaran rotor pada saat pengasutan awal sampai dengan keadaan *steady state* dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15%. Pada saat pengasutan awal, kecepatan putaran rotor mempunyai nilai maksimum sebesar 1490 Rpm dengan rentang waktu selama 0,08 detik untuk mencapai keadaan nilai maksimum dan kemudian menjadi keadaan *steady state* di waktu 1,05 detik dengan nilai kecepatan 1094 Rpm. Nilai kecepatan putaran rotor dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15% yaitu 1490 Rpm adalah 20,5% lebih tinggi dibandingkan dengan nilai kecepatan putaran rotor dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 10% yang nilainya sebesar 1460 Rpm. Sedangkan nilai keadaan waktu puncak dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15% adalah 0,08 detik adalah 42,9% lebih cepat dibandingkan dengan nilai waktu puncak dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 10% dengan waktu 0,14 detik.

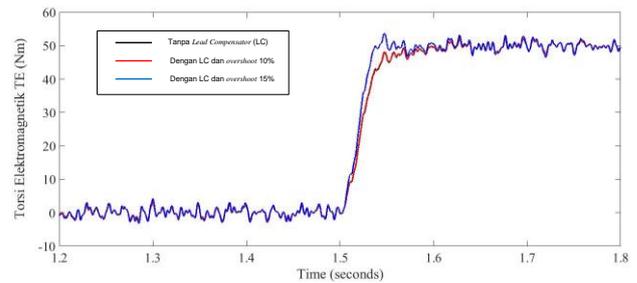


Gambar 8. Respon arus stator pada motor induksi saat tanpa beban

Pada Gambar 8 memperlihatkan karakteristik arus stator motor induksi pada saat pengasutan awal sampai dengan

pada saat kondisi *steady state*. Pada saat pengasutan awal, ketiga arus stator mencapai nilai maksimum sebesar 183,4 Ampere dengan rentang waktu selama 0,135 detik untuk mencapai keadaan *steady state* dengan nilai sebesar 8,3 Ampere. Nilai arus stator maksimum dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15% 183,4 Ampere adalah 11,8% lebih tinggi dibandingkan dengan nilai arus stator maksimum dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 10% yang nilainya sebesar 164,1 Ampere. Sedangkan nilai keadaan waktu *steady state* dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 15% yaitu 0,135 detik adalah 25% lebih cepat dibandingkan dengan nilai waktu *steady state* dengan *lead Compensator* pada penurunan *overshoot* 10% dengan waktu 0,18 detik.

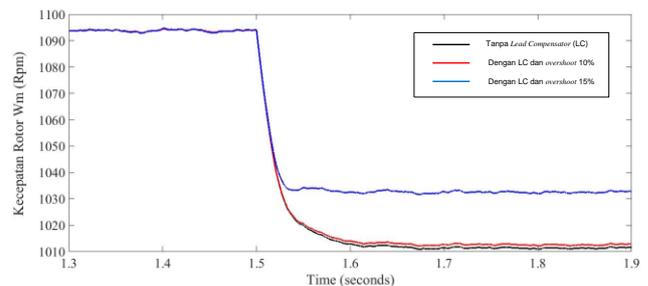
#### D. Sistem Kendali Motor Induksi Pada Saat Berbeban Sebesar 50 Nm



Gambar 9. Respon torsi elektromagnetik pada motor induksi saat berbeban 50 Nm

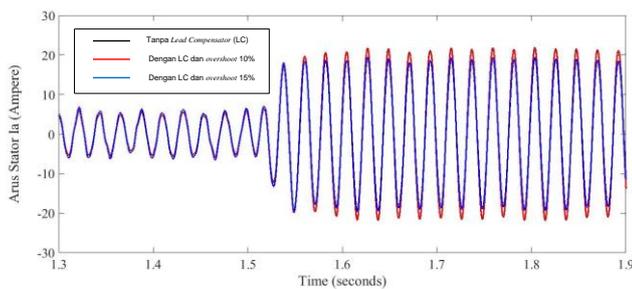
Pada Gambar 9. saat terjadi kenaikan beban sebesar 50 Nm, tampak sedikit perbedaan pada karakteristik torsi elektromagnetik pada sistem dengan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% mengalami kenaikan lebih cepat dari sistem dengan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10% .

Pada Gambar 10. dapat dilihat bahwa saat terjadi kenaikan beban 50 Nm, tampak sedikit perbedaan antara sistem menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% dengan sistem menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10%. Saat terjadi kenaikan beban 50 Nm, sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% mengalami penurunan kecepatan rotor menjadi 1032 Rpm, sedangkan sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10% mengalami penurunan kecepatan rotor menjadi 1013 Rpm, sehingga sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% kecepatan rotornya 10,9% lebih tinggi dibandingkan dengan sistem menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10%.



Gambar 10. Respon kecepatan rotor pada motor induksi saat berbeban 50 Nm

Pada Gambar 11 dapat dilihat bahwa saat terjadi kenaikan beban sebesar 50 Nm, tampak sedikit perbedaan pada karakteristik arus stator antara sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% dengan sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10%. Saat kenaikan beban 50 Nm, sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15% memiliki nilai arus stator yang awalnya *steady state* pada nilai 7,2 Ampere naik menjadi 19,3 Ampere pada waktu 1,54 detik. Sedangkan sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10% memiliki nilai arus stator yang awalnya *steady state* pada nilai 7,2 Ampere naik menjadi 21,2 Ampere. Sehingga sistem yang menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 10% nilai arus statornya 9.9% lebih tinggi dibandingkan dengan sistem menggunakan *lead compensator* pada penurunan *overshoot* 15%.



Gambar 11. Respon arus stator pada motor induksi saat berbeban 50 Nm.

## V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi, pengujian dan analisis dari pembahasan sebelumnya maka dapat ditarik kesimpulan bahwa hasil data tersebut dimasukan ke dalam proses pencarian *transfer function* lalu dimasukan ke dalam metode *state space* dan di kombinasi dengan *lead compensator*. Dari percobaan simulasi yang telah dilakukan, diperoleh hasil dari metode *lead compensator* ini membuktikan bahwa gerakan motor induksi dapat meredam osilasi dan peningkatan stabilitas sistem pada respon torsi elektromagnetik, kecepatan rotor dan arus stator pada motor induksi tiga fasa.

Pada saat pengasutan awal motor induksi dengan *lead compensator* yang didesain pada penurunan *overshoot* sebesar 15%, torsi elektromagnetik yang dihasilkan mempunyai nilai maksimum sebesar 25,6% lebih tinggi jika dibandingkan dengan penurunan *overshoot* yang didesain sebesar 10%, dan 114,48% lebih tinggi jika dibandingkan dengan sistem yang tanpa menggunakan *lead compensator*.

Pada saat motor induksi melayani beban sebesar 50 Nm, sistem dengan *lead compensator* yang didesain pada penurunan *overshoot* sebesar 15% mempunyai kecepatan *steady state* putaran rotor sebesar 1,57% lebih tinggi jika dibandingkan dengan sistem pada penurunan *overshoot* yang didesain sebesar 10%, dan 1,97% lebih tinggi jika dibandingkan dengan sistem yang tanpa menggunakan *lead compensator*.

Begitu juga dengan nilai arus stator yang dicapai pada saat motor induksi melayani beban sebesar 50 Nm, sistem dengan *lead compensator* yang didesain pada penurunan

*overshoot* sebesar 15% mempunyai nilai arus pada keadaan *steady state* sebesar 12,95% lebih rendah jika dibandingkan dengan sistem pada penurunan *overshoot* yang didesain sebesar 10%, dan 13,47% lebih rendah jika dibandingkan dengan sistem yang tanpa menggunakan *lead compensator*.

Dengan pencapaian arus yang lebih rendah pada saat melayani beban, sistem dengan desain penurunan *overshoot* sebesar 15% mempunyai efisiensi yang lebih baik jika dibandingkan dengan sistem pada penurunan *overshoot* yang didesain sebesar 10% dan yang tanpa menggunakan *lead compensator*.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kami ucapkan kepada tim editorial Jurnal Teknologi Elektro Universitas Mercu Buana Jakarta atas dipublikasikannya penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Z. Németh and M. Kuczmann, "State space modeling theory of induction machines," *Pollack Periodica*, vol. 15, no. 1, pp. 124–135, Apr. 2020, doi: 10.1556/606.2020.15.1.12.
- [2] P. Setiawan, "Pengaruh Kinerja Motor Induksi Pada Tegangan Tidak Seimbang Dengan Metode Transformasi Direct Quadrature," *AVITEC*, vol. 1, no. 1, Aug. 2019, doi: 10.28989/avitec.v1i1.507.
- [3] A. W. Aditya, I. Ihsan, R. M. Utomo, and H. Hilmansyah, "Pemodelan State Space Motor Induksi Tiga Fasa Sebagai Penggerak Mobil Listrik," *Jurnal Teknologi*, vol. 12, no. 1, pp. 39–48, 2020, doi: 10.24853/jurtek.12.1.39-48.
- [4] T. I. Haweel, "Modeling Induction Motors", *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, vol. 4, no. 2, pp. 361-370, 2012, doi: 10.15676/ijeei.2012.4.2.13.
- [5] C. P. Bottura and S. A. A. Filho, "A Parameter Space Approach for State Space Induction Machine Modelling and Robust Control", *Brazilian Soc. Of Automatics (SBA) J. Controls & Automation*, vol. 11, no. 2, pp. 128-134, 2000.
- [6] K. Wang, R. Huai, Z. Yu, X. Zhang, F. Li, and L. Zhang, "Comparison Study of Induction Motor Models Considering Iron Loss for Electric Drives," *Energies*, vol. 12, no. 3, p. 503, Feb. 2019, doi: 10.3390/en12030503.
- [7] B. Fan, Z.-X. Yang, X.-B. Wang, L. Song, and S.-Z. Song, "Model reference adaptive vector control for induction motor without speed sensor," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 9, no. 1, p. 168781401668308, Jan. 2017, doi: 10.1177/1687814016683086.
- [8] M. Popescu, "Induction Motor Modelling For Vector Control Purposes", *Espoo: Helsinki University of Technology*, p. 144, 2000.
- [9] P. Setiawan, "Improvement of Electrical Power System Dynamic Stability Using Fuzzy Logic," *Conference SENATIK SIT Adisutjipto Yogyakarta*, vol. 4, Nov. 2018, doi: 10.28989/senatik.v4i0.149.
- [10] A. Kamal, and V. K. Giri, "Mathematical Modelling Of Dynamic Induction Motor And Performance Analysis With Bearing Fault", *International Journal of Innovative Technology and Research*, vol. 1, no. 4, pp. 336-340, 2013.
- [11] P. L. Ratnani and A. G. Thosar, "Mathematical Modelling of an 3 Phase Induction Motor Using MATLAB Simulink", *International Journal Of Modern Engineering Research (IJMER)*, vol. 4, no. 6, pp. 62-67, 2014
- [12] M. S. Sunilkumar and A. T. Patel, "Mathematical Modelling of an 3 Phase Induction Motor Using MATLAB/Simulink," *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology*, vol. 2, no. 3, pp. 137–141, Jun. 2016, doi: 10.32628/IJSRSET162322.
- [13] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff and S. Pekarek, "Analysis Of Electric Machinery And Drive Systems", vol. 2, New York: IEEE press, 2013.
- [14] R. Krishnan, "Electric Motor Drives: Modeling, Analysis And Control", Prentice Hall, 2001.

TATA NAMA

$r_s$	stator resistance
$r'_r$	rotor resistance
$T_e$	torque electromagnetic
$T_L$	load torque
$X_{ls}$	stator leakage reactance
$X'_{lr}$	rotor leakage reactance
$X_M$	magnetizing reactance
$\lambda, \psi$	flux linkage
$\omega_b$	nominal speed rad/sec
$\omega_r$	rotor speed rad/sec
$H$	inertia constant

$i_{ds}, v_{ds}$	stator d-axis current dan voltage
$i_{dr}, v_{dr}$	rotor d-axis current dan voltage
$i_{qs}, v_{qs}$	stator q-axis current dan voltage
$i_{qr}, v_{qr}$	rotor q-axis current dan voltage
$J$	inertia of motor
$L_{ls}$	stator self inductance
$L'_{lr}$	rotor self inductance
$L_M$	mutual inductance
$P$	number of poles