
Tracking Quadcopter Menggunakan Metode Command-Generator Tracker Dengan Efek Integrator

Anggara Trisna Nugraha¹

¹Program Magister, Departemen Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Elektro, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Jl. Raya ITS, Keputih, Sukolilo, Keputih, Sukolilo, Surabaya, Jawa Timur 6011
Email : anggaratnugraha@yahoo.co.id

Abstrak— Quadcopter UAV merupakan sistem yang *nonlinier*, *underactuated* dan tidak stabil. Karakteristik tersebut menjadi fokus perhatian untuk perkembangan penelitian kontrol quadcopter. Pada penelitian ini metode kontrol optimal *output feedback* digunakan untuk kontrol *attitude* dan posisi quadcopter. Kontrol optimal output feedback yang memiliki performa H_∞ digunakan untuk menjaga kestabilan dan kekokohan quadcopter. Gain kontroler diperoleh menggunakan teknik numerik iterative Linear Matrix Inequality (LMI). Untuk kontrol tracking posisi pada sumbu X dan Y, digunakan struktur *Command-Generator Tracker* (CGT). Permasalahan kontrol tracking tersebut diselesaikan menggunakan metode LQ regulator dengan *output feedback*. Simulasi menunjukkan bahwa sistem kontrol dapat men-track sinyal referensi yang diberikan.

Kata Kunci— Quadcopter UAV, performa H_∞ , LMI, *Command-Generator Tracker*, LQ regulator.

I. PENDAHULUAN

Beberapa penelitian tentang quadcopter telah dilakukan, diantaranya adalah penelitian tentang kestabilan quadcopter, *take-off* dan *landing*, *maneuver*, kokoh terhadap gangguan dari luar, *tracking waypoint* dan *path following*. Hal tersebut yang membuat quadcopter menjadi daya tarik bagi peneliti dalam mengembangkan berbagai metode kontrol.

Seiring berkembangnya metode yang digunakan untuk menangani permasalahan kontrol pada quadcopter yang mana [1], teknik kontrol *nonlinear* yang digunakan untuk kontrol *hover*. Metode *nonlinear backstepping* lebih bisa mendekati karakteristik sistem *nonlinear*. Sehingga, langkah perhitungan yang digunakan lebih rumit. Walaupun dengan perhitungan rumit tersebut quadcopter mampu melakukan *path following* sesuai referensi dari kondisi nilai x , y dan z . Namun pada saat quadcopter diberi gangguan berupa angin yang konstan maka respon yang dihasilkan mengalami *ripple* dan tidak *robust*.

Selain itu, penggunaan pendekatan *linear* sebagai salah satu strategi kontrol lain dalam memecahkan kontrol quadcopter yang dijelaskan dalam [2]-[5]. Salah satu cara untuk mendapatkan kondisi *tracking* quadcopter yang optimal maka digunakanlah kontroler *Linear Quadratic Tracking* (LQT) serta menambahkan model *following* agar quadcopter mampu mengikuti sinyal referensi dan meminimalkan *overshoot*. Metode yang menerapkan pendekatan model linier sederhana yang mampu tetap merepresentasikan model *nonlinear* dari quadcopter. Pada saat quadcopter melakukan *tracking*, kontroler tersebut juga mampu mereduksi adanya gangguan. Saat *tracking* pada sumbu z yang diberi gangguan maka sistem tidak dapat menangani gangguan dengan baik pada saat *tracking* [2].

Kondisi lain juga dijelaskan dalam permasalahan *tracking* dengan menggunakan sinyal step yang diatasi dengan pendekatan *linear* yaitu metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dengan menambahkan efek integral/kompensator [3]. Sistem yang dilinierisasi terlebih dahulu dan menambahkan konsep integrator/kompensator mampu membuat quadcopter melakukan *tracking* dengan menggunakan referensi berupa sinyal step tanpa adanya *overshoot* walaupun waktu yang dibutuhkan untuk mencapai *steady state* cukup lama.

Pada [4], sistem *nonlinear* didekati melalui linearisasi dengan *state feedback gain* yang diperoleh dengan cara menggunakan metode LMI *pole placement*. Kemudian penggunaan pendekatan fuzzy Takagi-Sugeno dilakukan untuk menerapkan algoritma kontrol *linear* disetiap subsistem *linear*. Hasil simulasi sistem kontrol fuzzy Takagi-Sugeno menunjukkan respon sistem dapat melakukan *tracking* trayektori dengan tepat namun respon sistem pada kondisi sudut *roll* dan *pitch* tidak dapat mengikuti sinyal referensi dan terjadi osilasi.

Pengembangan terus dilakukan untuk memperbaiki respon sistem pada quadcopter dalam permasalahan *tracking* dimana

[5], mampu melakukan *tracking* dalam bentuk lingkaran, persegi maupun helix/spiral dengan menggunakan metode optimal yaitu optimal *output feedback* dengan menambahkan struktur dari *Command-Generator Tracker* (CGT) yang digunakan untuk mendapatkan kesesuaian *tracking* sinyal referensi dengan *error tracking* sekecil mungkin. Untuk menjaga kestabilan *attitude*, digunakan kontroler *output feedback* yang memiliki performa H_∞ sehingga quadcopter lebih handal dalam menangani adanya gangguan dari luar.

Selain itu, penggunaan *Static Output Feedback* (SOF) [6] yang digunakan untuk mengatasi keterbatasan state yang terukur dimana desain SOF memiliki keuntungan yaitu hanya memerlukan sinyal yang terukur dari *plant* untuk dikontrol. Kontroler SOF yang digunakan pada helicopter tersebut terdapat performa H_∞ sebagai kontrol *tracking* posisi dan *attitude*. Teknik *loop shaping* digunakan pada desain kontrol *tracking* posisi dengan *Gain* kontroler yang dicari menggunakan solusi persamaan Ricatti. Algoritma kontrol yang disajikan menghasilkan kontrol yang *robust* terhadap gangguan.

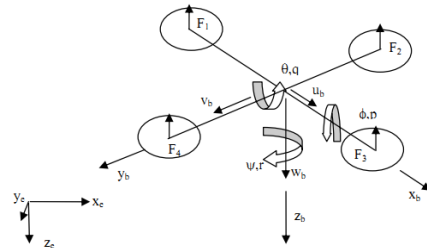
Penambahan *gain* integrator atau *gain* proporsional yang pada umumnya digunakan untuk struktur dengan permasalahan *tracking*. *Gain* integrator atau *gain* proporsional ditempatkan pada *error tracking*. Sehingga, desain tersebut sesuai untuk sinyal referensi berupa sinyal step maupun ramp yang bersifat kontinu. Pada [9] dan [16], terdapat desain struktur kontrol *tracking* untuk mengatasi permasalahan jika input referensi yang diinginkan berupa sinyal step, sinyal ramp dan sinyal sinusoidal yang bersifat diskontinu dan mengakibatkan respon pada sistem terdapat *overshoot*. Desain struktur yang dimaksud adalah *Command-Generator Tracker* (CGT), dimana dinamikanya merepresentasikan *input* referensi.

Berdasarkan pada berbagai macam permasalahan dan solusi diatas, maka ide dalam penelitian yang akan diajukan adalah merancang desain metode kontrol optimal untuk mengontrol quadcopter agar dapat melakukan *path following* dengan jalur yang sudah ditentukan. Untuk menjaga kestabilan *attitude*, digunakan kontroler *output feedback* yang memiliki performa H_∞ . Untuk kontroler *path following* menggunakan struktur *Command-Generator Tracker* (CGT).

II. PEMODELAN QUADCOPTER

Pemodelan secara fisik terbilang kompleks apabila tanpa adanya asumsi yang digunakan untuk menyederhanakan persamaan pada quadcopter. Quadcopter memiliki 6 *degree of freedom* (DoF) dengan 12 keluaran, 6 keluaran dari 12 keluaran ini menentukan *attitude* dari quadcopter. Model kinematika dan dinamika quadcopter diturunkan berdasarkan Newton-Euler dengan beberapa asumsi penyederhanaan yaitu struktur dari quadcopter diasumsikan *rigid*, struktur dari

quadcopter diasumsikan simetris, struktur dari *propeller* diasumsikan *rigid* dan-



Gambar 1. Gambar Semua *State* dari Quadcopter (e untuk *Frame Bumi* dan b untuk *Frame Badan Quadcopter*)

gaya *thrust* dan drag adalah proporsional dengan kuadrat dari kecepatan propeller. Variabel-variabel tersebut ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Variabel pada Pergerakan Quadcopter

Variabel	Keterangan
X	Posisi quadcopter terhadap sumbu X_u
Y	Posisi quadcopter terhadap sumbu Y_u
Z	Posisi quadcopter terhadap sumbu Z_u
U	Kecepatan quadcopter yang diukur pada sumbu X_b
V	Kecepatan quadcopter yang diukur pada sumbu Y_b
W	Kecepatan quadcopter yang diukur pada sumbu Z_b
ϕ	Sudut <i>roll</i> terhadap sumbu X_u
θ	Sudut <i>pitch</i> terhadap sumbu Y_u
ψ	Sudut <i>yaw</i> terhadap sumbu Z_u
P	Kecepatan sudut <i>roll</i> yang diukur pada sumbu X_b
Q	Kecepatan sudut <i>pitch</i> yang diukur pada sumbu Y_b
R	Kecepatan sudut <i>yaw</i> yang diukur pada sumbu Z_b

Pemodelan sumbu translasi terletak pada koordinat bumi, untuk transformasi dari koordinat frame body ke koordinat frame bumi maka diperlukan matriks rotasi ${}^E_B R$. Matriks rotasi diperoleh dari perkalian matrik rotasi terhadap sumbu x , y dan z yang dinyatakan oleh:

$${}^E_B R = \begin{bmatrix} c\phi c\psi & -c\phi s\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi s\psi \\ c\phi s\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

dengan s adalah notasi dari \sin , c adalah notasi dari \cos

III. MODEL DINAMIKA TRANSLASI QUADCOPTER

Suatu gaya yang dihasilkan oleh keempat motor penggerak yang dipasang baling-baling pada quadcopter. Sebelum menganalisa model dinamika dari quadcopter, akan dijelaskan mengenai gaya dan momen aerodinamis pada quadcopter yang bernilai kecil sehingga dapat diabaikan dalam proses pemodelan. Persamaan berikut: menunjukkan gaya-gaya yang terjadi:

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (2)$$

$$U_2 = F_2 - F_4 \quad (3)$$

$$U_3 = F_1 - F_3 \quad (4)$$

$$U_4 = F_1 + F_3 - F_2 - F_4 \quad (5)$$

Dinamika gerak translasi diperoleh berdasarkan persamaan hukum Newton II, yaitu

$$\sum F = m\ddot{v} \quad (6)$$

$$U_1 + F_g z_E = m\ddot{v}$$

Pemodelan sumbu translasi terletak pada koordinat bumi, untuk transformasi dari koordinat *frame body* ke koordinat *frame bumi* maka diperlukan matriks rotasi. Karena gaya pada quadcopter hanya terjadi pada sumbu Z_B (pada kondisi *hover*),

$$\ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (7)$$

$$\ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (8)$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{U_1}{m} \quad (9)$$

Persamaan gerak rotasi diperoleh dalam frame body menggunakan metode Euler dengan formula berikut:

$$\sum {}^E \tau = J^E \ddot{\Theta} \quad (10)$$

kemudian, menggunakan hukum II Newton's, torsi motor diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tau_{f-x} &= l(F_2 - F_4) \\ \tau_{f-y} &= l(F_1 - F_3) \\ \tau_{f-z} &= d(F_1 + F_3 - F_2 - F_4) \end{aligned} \quad (11)$$

dengan U_2 , U_3 , dan U_4 adalah sinyal kontrol yang berhubungan dengan roll, pitch dan yaw. Persamaan gerakrotasi diperoleh sebagai berikut:

$$\ddot{\phi} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} qr + \frac{J_r}{J_{xx}} q\Omega + \frac{U_2}{J_{xx}} \quad (12)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} pr - \frac{J_r}{J_{yy}} p\Omega + \frac{U_3}{J_{yy}} \quad (13)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \quad (14)$$

IV. LINEARISASI MODEL DINAMIKA QUADCOPTER

Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai linearisasi dinamika quadcopter, dimana konsep dinamika sudah diterangkan pada sub-bab dinamika quadcopter. Persamaan tersebut kemudian dilinearisasi dimana quadcopter dalam kondisi melayang (*hover*). Sudut *yaw* bernilai 0 rad dan kecepatan sudut *roll*, *pitch*, dan *yaw* bernilai mendekati 0 rad/s. variable *state* v , yang akan digunakan sebagai

representasi dinamika pada aktuator quadcopter seperti berikut:

$$v = \frac{\omega}{s + \omega} u \quad (15)$$

Parameter ini digunakan sebagai acuan penyusunan kontroler dan simulasi. Nilai parameter Qball-X4 dapat dinyatakan pada Tabel 2.

Tabel 2 Parameter Sistem Quanser Qball-X4

Parameter	Simbol	Nilai
Massa	m	3,499 kg
Gravitasi	g	9,81 kg/m ²
Moment Inersia pada sumbu X	J_{xx}	0.03 kg.m ²
Moment Inersia pada sumbu Y	J_{yy}	0.03 kg.m ²
Moment Inersia pada sumbu Z	J_{zz}	0.04 kg.m ²
Jarak rotor dari pusat massa	l	0.2 m
Gaya drag	d	$3,13 \times 10^{-5}$
Gaya trust	b	$7,5 \times 10^{-7}$
Bandwith aktuator	ω	15 rad/s
Konstanta gaya dorong	K	120 N

Asumsikan rotasi disekitar sumbu x dan y adalah *decoupled*, pergerakan dalam sumbu *roll/pitch*. Jika konstanta drag diabaikan dan quadcopter dianggap dalam kondisi melayang dimana percepatan quadcopter mendekati

$$\begin{aligned} \phi \ll 0.1 &\Rightarrow \sin(\phi) \cong 0, \cos(\phi) \cong 1 \\ \theta \ll 0.1 &\Rightarrow \sin(\theta) \cong 0, \cos(\theta) \cong 1 \end{aligned} \quad (16)$$

Sudut *roll/pitch* yang dimisalkan θ , dapat diformulasikan menggunakan dinamika sebagai berikut:

$$J\ddot{\theta} = \Delta F l \quad (16)$$

dengan $J = J_{roll} = J_{pitch}$, l adalah jarak propeller terhadap pusat gravitasi, dan

$$\Delta F = F_1 - F_2 \quad (16)$$

terdapat perbedaan antara gaya yang telah dibangkitkan oleh kedua motor. Perbedaan gaya yang dihasilkan oleh perbedaan *input* untuk kedua motor yaitu, $\Delta u = u_1 - u_2$

Bentuk persamaan *state space* untuk model linier dinamika *roll* dan *pitch* dapat dinyatakan:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{lK_T}{J} \\ 1 & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \Delta u_2 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{lK_T}{J} \\ 1 & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \Delta u_1 \quad (16)$$

Model linier dinamika posisi yang didapat pada sumbu X dan Y dalam bentuk *state space* adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4K_T}{J} \theta \\ 0 & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} u \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4K_T}{J} \phi \\ 0 & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} u \quad (18)$$

V. LQR OUTPUT FEEDBACK DENGAN MULTIPLE AUGMENTED COMMAND-GENERATOR TRACKER (CGT)

Command-Generator Tracker (CGT) merupakan struktur desain kontrol yang memberikan kompensator sesuai dengan kebutuhan sistem untuk mendapatkan *error tracking* yang kecil untuk *input* referensi $r(t)$ yang diinginkan. Persamaan plant dan performa *output* $z(t)$ adalah

$$z(t) = Hx(t) \quad (19)$$

sehingga dari inisial persamaan plant dengan performa *output* dibawa ke *input* referensi $r(t)$ menghasilkan pendekatan sebagai berikut:

$$\dot{x}' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \underline{A} \end{bmatrix} x' + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} r \quad (20)$$

$$\equiv A'x' + B'u + W'r$$

Jika ditulis dalam bentuk variabel *state* (kanonik observabel), untuk kasus $d = 3$, maka

$$\dot{\rho} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \rho \equiv G\rho \quad (21)$$

$$r = [1 \ 0 \ 0]\rho$$

Karakteristik polynomial dari command generator didefinisikan sebagai

$$\Delta(p) = P^d + a_1 p^{d-1} + \dots + a_d \quad (22)$$

Dalam teknik kontrol ini, permasalahan *tracking* akan diubah kedalam permasalahan regulator dimana *error* harus diatur menjadi nol. Untuk menghasilkan sistem *tracking* secara keseluruhan maka dilakukan modifikasi.

Didefinisikan dinamika tersebut *multiplying augmented* yang dioperasikan didalam $\Delta(p)$ sehingga *system* yang termodifikasi seperti berikut

$$\dot{\xi} = A'\xi + B'\mu \quad (23)$$

dimana vektor *state*, kontrol *input* setelah dimodifikasi menjadi

$$\xi = \Delta(p)x' \quad (24)$$

$$= (x')^{(d)} + a_1(x')^{(d-1)} + \dots + a_d(x')$$

$$\mu = \Delta(p)u \quad (25)$$

$$= (u)^{(d)} + a_1(u)^{(d-1)} + \dots + a_d(u)$$

dan vektor *error* serta turunannya dinyatakan oleh

$$\varepsilon(t) = [e \ \dot{e} \ \dots \ e^{(d-1)}]^T \quad (26)$$

maka *error tracking* dapat ditulis menjadi

$$\Delta(p)e = [-H \ H]\xi = H'\xi \quad (27)$$

state multiple augmented adalah sebagai berikut :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & \vdots & 0 \\ \vdots & H' & \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B' \end{bmatrix} \mu \quad (28)$$

Desain regulator LQ diterapkan pada sistem ini, karena jika *state* pada sistem ini menuju nol, maka *error tracking* $e(t)$ akan hilang. Jika *state output* yang akan menjadi *feedback* bagi *system* pada adalah

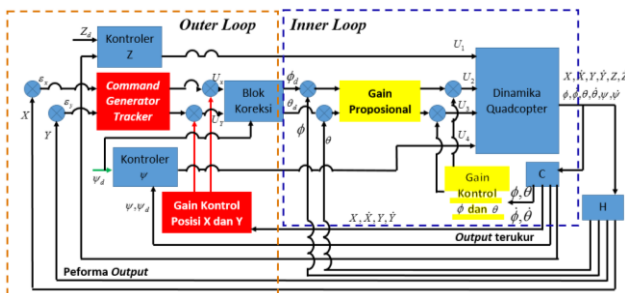
$$v = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & \underline{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \xi_p \\ \xi_m \end{bmatrix} \quad (29)$$

maka *input* kontrol sistem modifikasi menjadi

$$\mu' = [K_\varepsilon \ K_p \ K_m] \begin{bmatrix} \varepsilon \\ C\xi_p \\ C\xi_m \end{bmatrix} \quad (30)$$

VI. DIAGRAM BLOK QUACOPTER

Gambar 2 merupakan diagram blok dari strategi kontrol Quadcopter yang akan dirancang. Struktur kontrol terdiri *inner* dan *outer loop*. *Inner loop* merupakan kontroler rotasi sudut (ϕ, θ, ψ) yang menambahkan peforma H_∞ (ditandai dengan blok berwarna kuning), sedangkan *outer loop* merupakan kontroler *tracking* posisi (x, y, z) yang menggunakan struktur CGT (ditandai dengan blok berwarna merah). Sinyal referensi untuk sistem kontrol quadcopter ini terdiri atas referensi untuk posisi x_d, y_d, z_d dan sudut ψ_d .



Gambar 2. Diagram Blok Quadcopter

Inner loop digunakan untuk menstabilkan sudut roll, pitch, dan yaw yang menjamin performa H_∞ . Kontroler dirancang berdasarkan permasalahan Static Output Feedback (SOF) [7], dimana gain output feedback K didapat dengan menyelesaikan algoritma iterative Linear Matrix Inequality (LMI). Bentuk LMI yang menggunakan Schur Complement adalah

$$\begin{bmatrix} P_n A + A^T P_n + Q + L_n^T R^{-1} L_n & P_n B & P_n D \\ B^T P_n & R & 0 \\ D^T P_n & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (31)$$

State sistem hasil linierisasi untuk model roll, pitch dan yaw menjadi

$$x_{inner} = [\phi \quad p \quad v \quad \theta \quad q \quad v \quad \psi \quad r]^T \quad (32)$$

Dalam perancangan kontroler rotasi, variabel utama yang dikontrol adalah sudut roll dan pitch, juga tiga kecepatan yaitu kecepatan sudut roll, pitch, dan yaw. Oleh karena itu, vektor output dari kontroler ini adalah

$$y_{inner} = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q]^T \quad (33)$$

Momen inersia untuk roll dan pitch bernilai sama ($J_{xx} = J_{yy} = 0.03 \text{ kg.m}^2$), maka dinamika roll sama dengan dinamika pitch. Berikut adalah state space model linier roll/pitch.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 800 \\ 0 & 0 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix} \Delta u; y_\phi =$$

$$C \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ v \end{bmatrix} Z_\phi = H x_\phi$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ v \end{bmatrix}$$

Hasil terbaik diperoleh dengan nilai parameter sebagai berikut:

$$\gamma = 0.7, R = 10 \text{ dan } Q = \text{diag}\{755, 3, 0.1\}.$$

Dengan metode iterative LMI feasibility, didapat hasil matriks P , K , dan L setelah iterasi ke-12 adalah

$$p = \begin{bmatrix} 29.8331 & 0.1572 & 0.4897 \\ 0.1572 & 0.0156 & 0.0545 \\ 0.4897 & 0.0545 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}; K = [0.7346 \quad 0.0817]$$

Objektif kontrol tracking posisi adalah membuat quadcopter dapat mengikuti lintasan yang diinginkan dalam kondisi quadcopter sudah melayang (hover). Oleh karena itu, sinyal referensi yang diberikan untuk men-track posisi X adalah sebuah sinyal sinusoidal dengan frekuensi 0.1047 rad/s atau sama dengan 0.0167 Hz dengan fasa sebesar -0.26 rad. Berikut adalah persamaan sinyal referensi:

$$x_d = -\sin(0.05\pi t)$$

jika diubah menggunakan transformasi Laplace, maka didapat fungsi transfernya adalah

$$\Delta(p)x_d = p^2 + 0.02 = 0$$

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ = 0.02 & 0 \end{bmatrix} x_d = G x_d$$

Dengan mensubstitusi model referensi (36) dan model sistem (18), maka didapat sistem augmented dari dinamika quadcopter untuk sumbu X, sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \ddot{\varepsilon} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 136.2683 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} \\ x \\ \dot{x} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix} U_1$$

dengan performa output sebagai berikut

$$\tilde{y} = \tilde{C}\tilde{x} = \begin{bmatrix} J & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} \\ x \\ \dot{x} \\ v \end{bmatrix}$$

Lintasan yang ingin diberikan sebagai sinyal referensi bagi quadcopter adalah berbentuk lingkaran (dalam bidang 3 dimensi). Oleh karena itu, sinyal referensi yang diberikan untuk posisi Y adalah sebagai berikut:

$$Y_d = -1 - \cos(0.05\pi)$$

Persamaan karakteristik *polynomial* adalah

$$\Delta(p)y_d = p^3 + 0.02p = 0$$

Persamaan karakteristik *polynomial* dari sinyal referensi dengan orde $d = 3$ dan selanjutnya ditulis dalam bentuk matriks state space dengan dimensi 3×3 . Dikarenakan struktur CGT merupakan representasi dari sinyal referensi, tidak semua derivatif dari sinyal referensi perlu digunakan dalam struktur sistem sehingga dalam perancangan ini dilakukan modifikasi, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Delta(p)y_d = 0.02p = 0 \Rightarrow \dot{y}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.02 \end{bmatrix} y_d = G y_d$$

sehingga, modifikasi dari sistem *multiple augmented* untuk dinamika posisi pada sumbu Y adalah

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \ddot{\varepsilon} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.02 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -136.2683 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} \\ y \\ \dot{y} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix} U_1$$

$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} \\ y \\ \dot{y} \\ v \end{bmatrix}$$

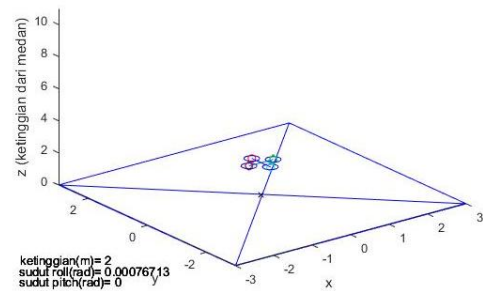
Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi terdapat pada Tabel 2. Gain output *feedback* \tilde{K} untuk kontroler posisi X, Y diperoleh dengan nilai

$$\tilde{K}_x = [-4.418 \quad -9.6604 \quad 9.4440 \quad 5.3433]$$

$$\tilde{K}_y = [15.9326 \quad 23.4931 \quad -15.8108 \quad -6.2181]$$

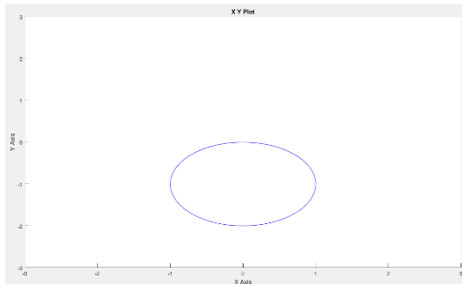
VII. HASIL DAN SIMULASI

Untuk mengetahui efektivitas dari kontroler *tracking* quadcopter, simulasi dilakukan menggunakan *software* Matlab. Quadcopter yang digunakan dalam simulasi ini adalah model Quanser Qball-X4 [8]. Parameter dari Qball-X4 terdapat pada Table 1. Simulasi dilakukan dua tahap, yang pertama simulasi menggunakan *double integrator* tanpa gangguan dan yang kedua simulasi menggunakan *triple integrator* tanpa gangguan.

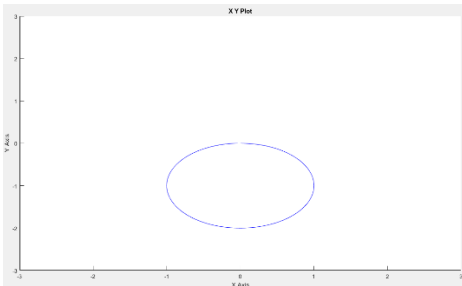


Gambar 3. Pergerakan Quadcopter

Gambar 4 adalah referensi dan gambar 5. menunjukkan bahwa posisi quadcopter pada sumbu X dan Y dapat mengikuti referensi yang berbentuk sinyal sinusoidal. *Tracking* dimulai pada detik ke-2.5, terjadi keterlambatan respon sekitar 0.5 detik yang menyebabkan penyimpangan respon sebesar 0.1 m namun quadcopter dapat kembali berada pada lintasan referensi. Gambar 4 menunjukkan pergerakan pada sumbu Y dimana quadcopter dapat mengikuti referensi dengan tepat.

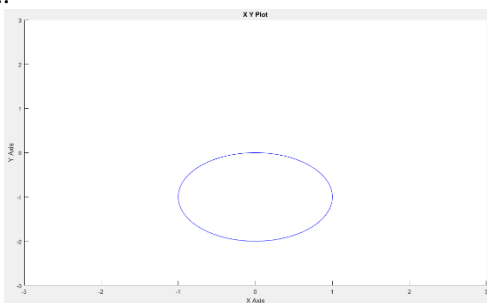


Gambar 4. Refrensi dengan Doubel Integrator

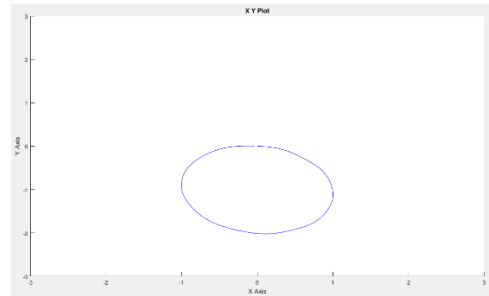


Gambar 5. Tracking Quadcopter dengan Doubel Integrator

Gambar 6 adalah refrensi dan gambar 7 menunjukkan bahwa posisi quadcopter pada sumbu X dan Y dapat mengikuti referensi yang berbentuk sinyal sinusoidal. Tracking dimulai pada detik ke-2.5, terjadi keterlambatan respon sekitar 1.5 detik yang menyebabkan penyimpangan respon sebesar 0.8 m namun quadcopter dapat kembali berada pada lintasan referensi..



Gambar 6. Refrensi Quadcopter dengan Triple Integrator



Gambar 7. Tracking Quadcopter dengan Triple Integrator

VIII. KESIMPULAN

Metode kontrol *output feedback* dengan performa H_{∞} digunakan pada *inner loop* sedangkan struktur kontrol *Command-Generator Tracker* digunakan pada *outer loop*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa sistem kontrol dapat menstabilkan sudut attitude dari quadcopter dan dapat membuat quadcopter *men-track* sinyal referensi yang diberikan. Nilai maksimum *ISE tracking* posisi tanpa gangguan adalah 0.1 m dan pada saat ada gangguan sebesar 0.28 m. Kontroler juga dapat membuat quadcopter melakukan *tracking* dengan referensi lintasan berbentuk persegi dan spiral (*helix*).

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada bagian ini dituliskan ucapan terima kasih terhadap pihak-pihak yang membantu terselesaikannya penelitian ini serta ucapan terima kasih terhadap tim editorial Jurnal Teknologi Elektro atas dipublikasikannya penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] David Cabecian, Rita Cunha, and Carlos Silvestre., "A Globally Stabilizing Path Following Controller for Rotorcraft With Wind Disturbance Rejection", IEEE Transactions on Control Systems Technology Volume 23 issue 2, 2015
- [2] E. C. Suicmez and A. T. Kutay., "Optimal path tracking control of a quadcopter UAV", International Conference on Unmanned Aircraft System, May 2014.
- [3] E. C. Vivas G, M. V. Pena G and C. I. Rodriguez F, "Simulation of The Quadcopter Controller with LQR with Integral Effect," ABCM Symposium Series in Mechatronics, vol. 5, pp. 390-399, 2012.
- [4] F. Yacef, O. Bouhali, H. Khebbache and F. Boudjema., "Takagi-Sugeno model for quadcopter modelling and control using *nonlinear state feedback controller*", International Journal of Control Theory and Computer Modelling (IJCTCM), May 2012.
- [5] Isdaryani, Feni," Kontrol Tracking untuk Quadcopter Menggunakan Metode Optimal *Output Feedback* dengan *Command generator tracker*," Tesis Master, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2016.
- [6] J. Gadewadikar, F. L. Lewis, K. Subbarao and B. M. Chen, "Design of H_{∞} Command and Control Loops for Unmanned Aerial Vehicles using Static Output-Feedback," in Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, 2007.