

Pemodelan Sistem Antrian *Batch* Menggunakan Metode *System Dynamics*: Studi Kasus pada Suatu Toko Beras di Madiun

Syahrul Fadhil Hanafi¹, Chatarina Dian Indrawati², dan Petrus Setya Murdapa^{3*}

^{1,2,3*} Mahasiswa pada Program Studi Rekayasa Industri, Fakultas Teknik, Universitas Katolik Widya Mandala
Surabaya– Kampus Kota Madiun
Jl. Manggis 15-17 Kota Madiun 63131
Email: petrus.setya@ukwms.ac.id*

Abstrak

Fenomena antrian banyak dimodelkan dengan cara mendefinisikan keseluruhan *state* sistem, dilanjutkan dengan menyusun diagram transisi antar *state*, dan menyusun algoritma perhitungan numeriknya, ketika pemodelan secara analitik murni tidak berhasil dilakukan. Pada kenyataannya ada begitu banyak *state* yang terlibat maka pemodelan numerik pun dapat gagal pula dalam menggeneralisasi alur transisi antar *statenya*. Dalam tahap ini, pemodelan pun menjadi buntu. Penggunaan teknik *system dynamics* menjadikan pemodel terbebas dari permasalahan pendefinisain *state-state*. Dengan cara ini perumusan model sistem antrian di mana proses kedatangan dan proses keberangkatan bersifat *batch* menjadi lebih mudah. Model dikenakan untuk membahas satu contoh kasus, yaitu kasus sistem persediaan beras. Ketika proses kedatangan dan keberangkatan bersifat random dan *batch*, maka pengendalian antrian dilakukan dengan menetapkan batas bawah dan atas antrian.

Kata kunci: antrian *batch*; kedatangan acak; keberangkatan acak; rantai pasok beras; *system dynamics*

Abstract

Many queuing phenomena are modeled by first defining the entire system state, followed by constructing transition diagrams between states, and compiling numerical calculation algorithms, when purely analytical modeling is not successful. In fact, there are so many states involved that even numerical modeling can fail to generalize the flow of transitions between states. At this stage, modeling becomes a dead end. The use of system dynamics techniques makes the modeler free from the problems of defining states. In this way, the formulation of a queuing system model in which the arrival and departure processes are batch in nature becomes easier. The model is applied to discuss one case example, namely the case of the rice supply system. When the process of inventory-incoming to and releasing from the warehouse (in the discussion of queues, both are known as arrival and departure) is random and batch, then inventory control is carried out by setting the lower and upper levels of stock.

Keywords: *batch queues; random arrivals; random departures; rice supply systems; system dynamics*

PENDAHULUAN

Proses antrian banyak terjadi di kehidupan sehari-hari, ataupun di keindustriaan. Dalam sistem keindustriaan fenomena antrian akan menjadi masalah jika tidak dikelola dengan tepat. Ketika yang menjadi entitas dalam sistem antrian adalah pelanggan, maka akan muncul keluhan-keluhan dari mereka terkait lamanya proses secara keseluruhan. Jika entitasnya adalah benda kerja yang mengalami proses di pabrik, maka akan ada persoalan

menumpuknya persediaan setengah jadi di dalam pabrik, yang menunjukkan mahalannya (tidak efisiennya) pelaksanaan produksi di pabrik itu.

Paper ini membahas sistem antrian tunggal di mana kedatangan dan pelayanan terjadi secara *batch* dengan kedua *batch* tersebut berbeda ukurannya, serta terjadi secara random. Salah satu kasus seperti ini terjadi pada sistem usaha persediaan (atau toko) beras. Toko beras tersebut merupakan sistem usaha penyediaan beras yang di dalamnya tercermin suatu sistem antrian di mana dalam hal ini yang merupakan entitas ialah beras. Sistem usaha tersebut melakukan pembelian beras dari para petani secara berkala. Jumlah beras yang dibawa para petani yang datang ke toko menyusun proses kedatangan yang berlangsung secara *batch* dengan ukuran *batch* yang berubah-ubah. Dikatakan, waktu antar kedatangan beras bersifat random, demikian juga dengan kuantitas berasnya (dalam kg). Sementara itu, penjualan beras ke pelanggan menyusun proses keberangkatan beras di mana waktu antar penjualan dan kuantitas nya juga bersifat random. Ketika proses kedatangan dan keberangkatan terjadi secara *batch* dan random, bagaimanakah jumlah antrian (persediaan) beras dapat dikendalikan? Ketika kompleksitas penyelesaian problema antrian cukup tinggi, bagaimanakah metode *system dynamics* dapat memberikan manfaat?

TINJAUAN PUSTAKA

Entitas yang mengalir dalam suatu sistem antrian dapat bersifat *singly* yaitu entitas mengalir satu demi satu, ataupun *batch* yaitu entitas mengalir secara berkelompok (Foster, 1964; Umam, 2017). Pengkajian terhadap sistem antrian *singly* dilakukan dengan mengasumsikan bahwa proses kedatangan dan proses keberangkatan merupakan proses Poisson di mana waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan terdistribusi eksponensial. Model terkait disebut dengan model antrian M/M/1. Model tersebut merupakan model paling *basic*. Kapasitas antrian dapat tak terbatas ataupun terbatas. Model antrian basic dengan kapasitas terbatas disebut model M/M/1/N (di mana N adalah kapasitas antrian). Waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan sama-sama terdistribusi eksponensial dengan rata-rata λ dan μ satuan waktu. Berbagai variasi terkait kapasitas antrian, jumlah *server*, dan mekanisme *balking*, dan lain-lain kemudian dapat berangsur-angsur ditambahkan (Taha, 2017).

Ketika proses kedatangan dan keberangkatan terjadi secara *batch*, di mana ukuran *batch* berbeda-beda, maka akan terbentuklah fenomena antrian *batch*. Sistem antrian *batch* akan memiliki kompleksitas yang cukup besar menyebabkan kesulitan dalam pendefinisian *state* dan transisi antar *state* di dalamnya. Banyak terjadi transisi silang antar *state*. Jika ukuran *batch* kedatangan dan keberangkatan stasioner (sama dari waktu ke waktu, tidak berubah) maka antrian *batch* tersebut dapat dipandang sebagai antrian *singly*. Maka, yang disebut antrian *batch* ialah antrian di mana ukuran *batch*-nya tidak tetap atau minimal ukuran *batch* proses kedatangan dan keberangkatan tidak sama. Pemodelan matematis sistem antrian *batch* akan cukup rumit. Maka umumnya pembahasannya dilakukan secara parsial saja. Misalnya, pemodel hanya memperhitungkan proses kedatangan saja yang terjadi secara *batch*, sedangkan proses keberangkatannya *singly*, atau sebaliknya (Clegg, 2010).

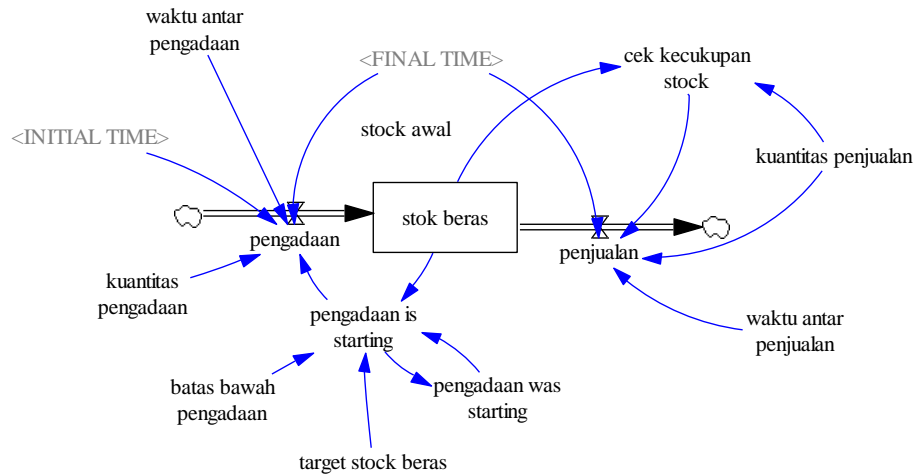
Foster (1964) menyebut bahwa sistem antrian dengan kedatangan *batch* dan pelayanan *singly* akan analog dengan sistem antrian dengan kedatangan *singly* dan pelayanan *batch*. Wu (2014) membahas model untuk kasus kedatangan *batch* dan pelayanan *singly*, serta kasus dengan kedatangan *singly* dan pelayanan *batch*. Sementara Dummler (1998) membahas kasus di mana pelayanan terjadi secara *batch*. Paper-paper tersebut mengembangkan modelnya secara matematis menggunakan konsep diskrit sesuai dengan fenomenanya yang memang diskrit. Secara umum pengkajian sistem antrian

membutuhkan daya analisis yang kuat secara matematika (Karaman & Altioek, 2009; Umam, 2017; Murdapa, 2021). Beberapa pengaplikasiannya dapat dilakukan secara praktis tanpa membahas metode pemodelannya secara mendalam (Simamora, 2016; Wulandari, 2016).

Alternatif metode pemodelan yang lebih mudah dan terjangkau ialah pemodelan dengan menggunakan konsep *system dynamics*. Ketika di dalam sistem terdapat mekanisme sistemik yang kompleks maka konsep *system dynamics* ini akan sangat memudahkan dalam pemodelan. Misalnya dalam persoalan persediaan yang melibatkan material yang dapat rusak akan melibatkan mekanisme yang kompleks berisikan rangkaian sebab-akibat yang membentuk beberapa *feedback loop* (Lee & Chung, 2012). Pada Ghaffarzadegan & Larson (2018) dibahas suatu model antrian *singly* yang di dalamnya juga terdapat mekanisme *feedback* dalam operasionalnya. Selain dapat mengkomunikasikan problemnya dengan jauh lebih efektif, metode *system dynamics* mampu mengungkap mekanisme-mekanisme yang sangat sulit dimodelkan secara analitik-matematik, misalnya mekanisme *feedback* dalam proses keberangkatannya. Ataupun, mekanisme kedatangan di mana entitas dapat membatalkan diri dari antrian dan pergi sebelum mengalami pelayanan (*reneging/balking*). Dalam hal tersebut, panjang antrian saat itu sangatlah berpengaruh besar terhadap laju *reneging*.

Dalam *system dynamics*, sistem dinyatakan dalam diagram *stock and flow* yang mengakomodasi faktor-faktor (atau disebut juga sebagai variabel-variabel) yang saling terkait. Ada beberapa jenis variabel, yaitu variabel *level* (atau variabel *stock*) yang digambarkan dengan simbol persegi panjang (\square), variabel *flow* (*inflow, outflow*) yang digambarkan dengan simbol *valve* ($\frac{\times}{\square}$), dan variabel-variabel penghubung (variabel *converter*, atau *auxilliary*) yang sering disimbolkan dengan lingkaran atau lebih sering tanpa simbol. Dua variabel atau lebih dapat membentuk suatu *loop* sebab dan akibat. Jika *loop* tersebut positif maka bersifat *reinforcing*, dan jika *loop* tersebut negatif maka bersifat *balancing* (Sterman J. D., 2000; Sterman, et al, 2015; Wirjodirdjo, 2012).

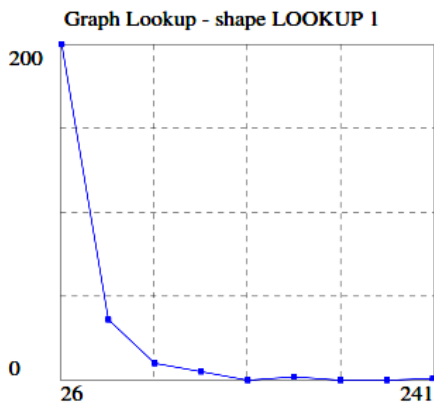
Paper ini membahas sistem antrian tunggal di mana kedatangan dan pelayanan terjadi secara *batch* dengan kedua *batch* tersebut berbeda ukurannya, serta terjadi secara random. Salah satu kasus seperti ini terjadi pada sistem usaha persediaan (atau toko) beras. Toko beras tersebut merupakan sistem usaha penyediaan beras yang di dalamnya tercermin suatu sistem antrian di mana dalam hal ini yang merupakan entitas ialah beras. Sistem usaha tersebut melakukan pembelian beras dari para petani secara berkala. Jumlah beras yang dibawa para petani yang datang ke toko menyusun proses kedatangan yang berlangsung secara *batch* dengan ukuran *batch* yang berubah-ubah. Dikatakan, waktu antar kedatangan beras bersifat random, demikian juga dengan kuantitas berasnya (dalam kg). Sementara itu, penjualan beras ke pelanggan menyusun proses keberangkatan beras di mana waktu antar penjualan dan kuantitas nya juga bersifat random. Ketika proses kedatangan dan keberangkatan terjadi secara *batch* dan random, bagaimanakah jumlah antrian (persediaan) beras dapat dikendalikan? Ketika kompleksitas penyelesaian problema antrian cukup tinggi, bagaimanakah metode *system dynamics* dapat memberikan manfaat?



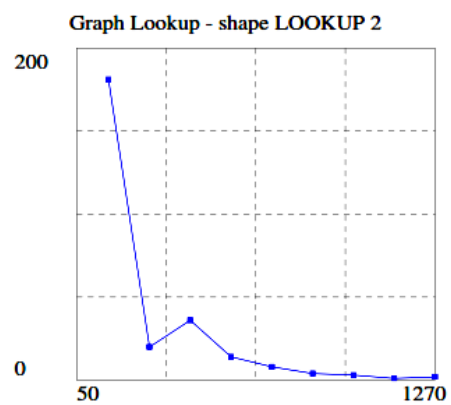
Gambar 1. Model utama sistem *stock* beras sebagai kasus antrian *batch*

METODE PENELITIAN

Pengkajian dalam paper ini didasarkan pada model. Pemodelan dimulai dengan mendeskripsikan sistem antrian *double batch* yang dikaji, kemudian dituangkan ke dalam mekanisme *stock and flow diagram*, sebelum akhirnya dikuantifikasikan ke dalam *software Vensim®* (Ventana, 2019). Gambar 1 menampilkan bagian utama dari model antrian *batch* yang dimaksud. Antrian beras dinyatakan dalam variabel *level*: *stock* beras. Proses pembelian beras dari para petani dinyatakan dalam variabel *inflow*: *pengadaan*. Proses penjualan beras ke masyarakat luas (pelanggan) dinyatakan dalam variabel *outflow*: *penjualan*.

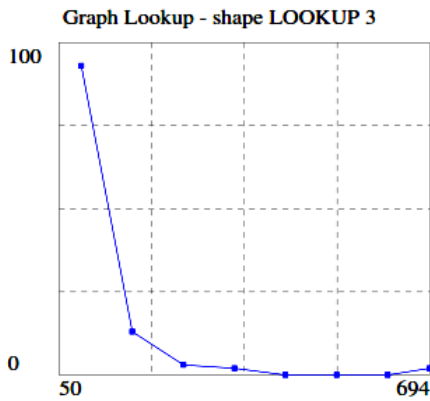


Gambar 2. Diagram frekuensi dari data waktu antar pengadaan (dalam jam)

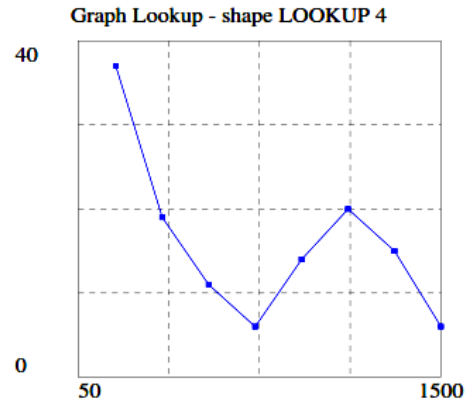


Gambar 3. Diagram frekuensi dari kuantitas pengadaan (dalam kg)

Proses pengadaan ditentukan oleh waktu antar kedatangan dan jumlah beras dari petani. Keduanya bersifat random. Demikian juga, proses keberangkatan yang ditentukan oleh variabel waktu antar kedatangan pembeli dan jumlah yang dibeli. Semua data aktual yang diamati disarikan secara empirik. Tampilan profil distribusi probabilitas empirik dari variabel-variabel random tersebut diperlihatkan pada Gambar 2, Gambar 3, Gambar 4, dan Gambar 5.

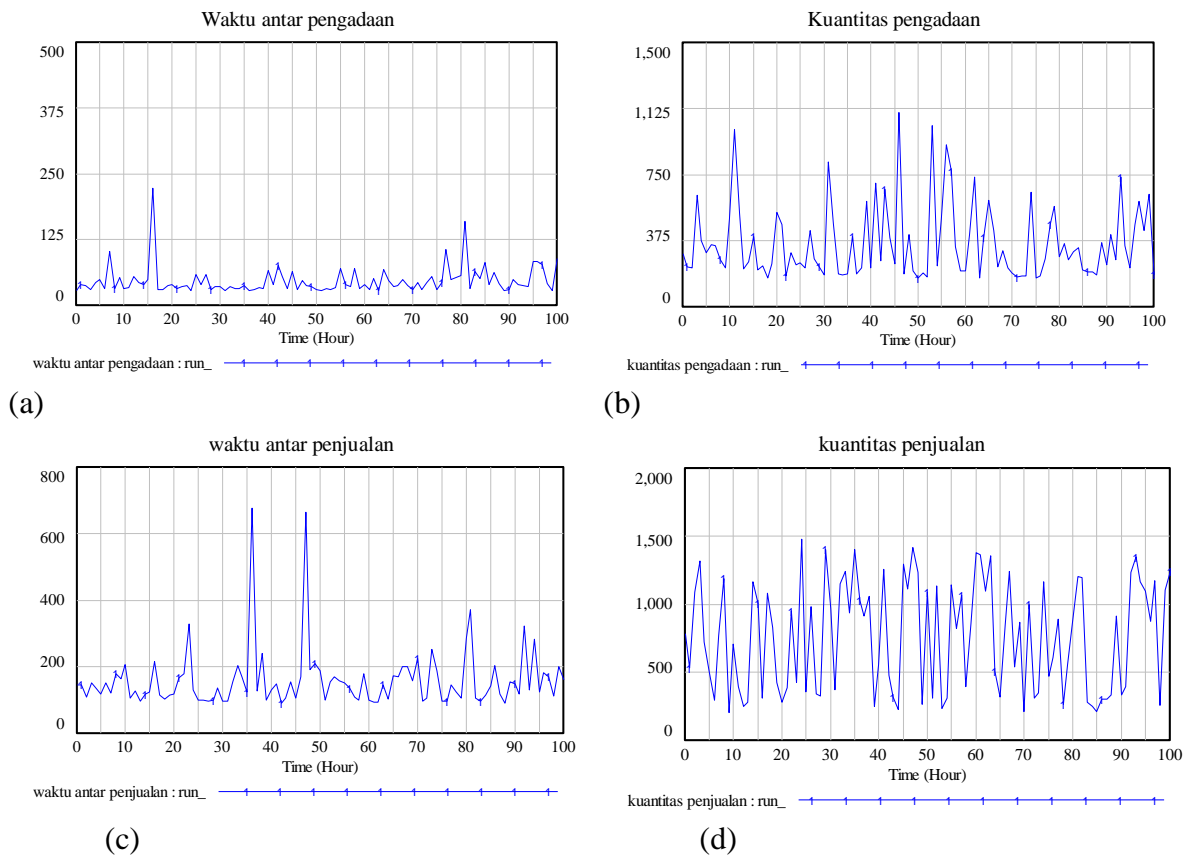


Gambar 3. Diagram frekuensi dari data waktu antar penjualan (dalam jam)



Gambar 4. Diagram frekuensi dari jumlah penjualan (dalam kg)

Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4 dinyatakan dalam fungsi Random Lookup yang tersedia dalam Vensim[®] PLE di mana profil distribusi frekuensinya akan menjadi bentuk dasar distribusi probabilitas (empirik) dari masing-masing variabel random tersebut. Di bawah kondisi distribusi tersebut yang diasumsikan bersifat stasioner profil kemunculan randomnya dari waktu ke waktu dapat diperlihatkan pada Gambar 5 untuk kesemua variabel, yaitu waktu antar pengadaan, kuantitas pengadaan waktu antar penjualan, dan kuantitas penjualan. Profil tersebut merupakan hasil pembangkitan ulang yang didasarkan pada data aktual yang ada.



Gambar 5. Profil kerandoman dari keempat variabel random yang diperhatikan dalam kasus toko beras

Stock beras bergantung pada keempat variabel random. Proses pengadaan perlu dikendalikan agar tidak terjadi luapan ataupun kekurangan *stock* di gudang. Salah satu caranya ialah dengan menetapkan batas bawah *stock* (batas bawah pengadaan) di mana jika *stock* turun hingga sampai pada jumlah yang sama atau di bawah batas tersebut maka kran pengadaan harus segera dibuka kembali. Kran pengadaan tersebut dibuka terus dan dihentikan kembali jika jumlah *stock* sudah mencapai batas atas (target *stock* beras) yang ditetapkan. Dalam *system dynamics*, mekanisme ini dimodelkan dengan mengadopsi dan memodifikasi model termostat (Ventana, 2019).

Perumusan relasi-relasi antar variabel atau faktor yang terpenting diperlihatkan pada persamaa-persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{pengadaan} &= & (1) \\
 & \text{pengadaan is starting} * \text{kuantitas pengadaan} \\
 & * \text{PULSE TRAIN}(\text{INITIAL TIME}, 1, \text{waktu antar pengadaan}, \\
 & \text{FINAL TIME})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{pengadaan is starting} &= & (2) \\
 & \text{IF THEN ELSE}(\text{pengadaan was starting: AND: stok beras} \\
 & < \text{target stock beras}, 1, \text{IF THEN ELSE}(\text{stok beras} \\
 & < \text{batas bawah pengadaan}, 1, 0))
 \end{aligned}$$

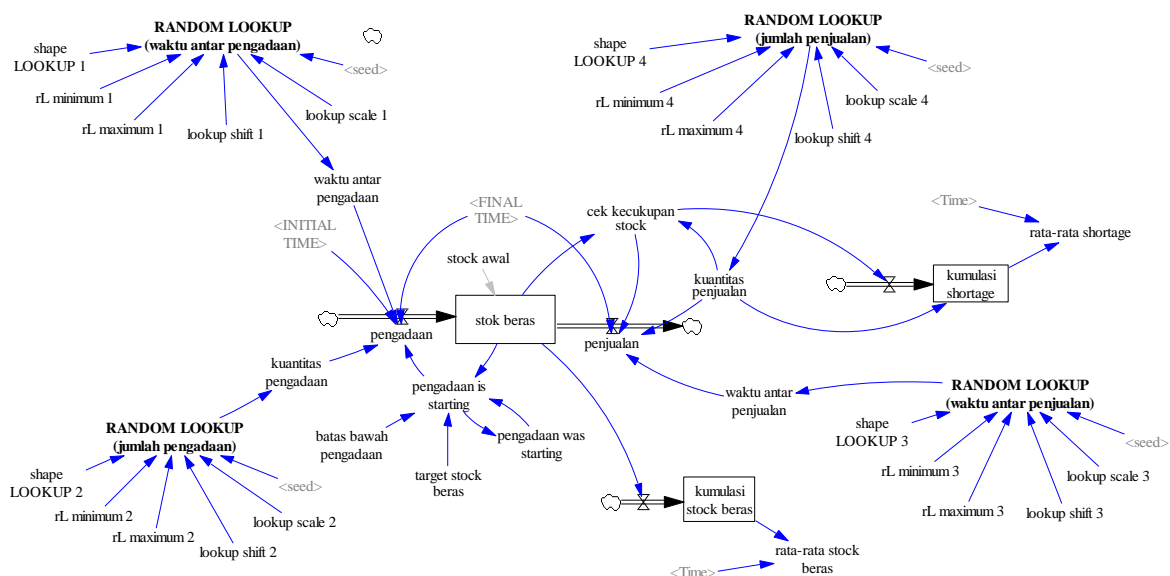
$$\text{pengadaan was starting} = \text{DELAY FIXED}(\text{pengadaan is starting}, 0, 0) \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 \text{penjualan} &= & (4) \\
 & \text{INTEGER}(\text{kuantitas penjualan} * \text{cek kecukupan stock} \\
 & * \text{PULSE TRAIN}(\text{cek kecukupan stock}, 1, \text{waktu antar penjualan}, \\
 & \text{FINAL TIME}))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{cek kecukupan stock} &= & (5) \\
 & \text{IF THEN ELSE}(\text{stok beras} < \text{kuantitas penjualan}, 0, 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{kumulasi shortage} &= & (6) \\
 & \text{INTEG}((1 - \text{cek kecukupan stock}) * \text{kuantitas penjualan}, 0)
 \end{aligned}$$

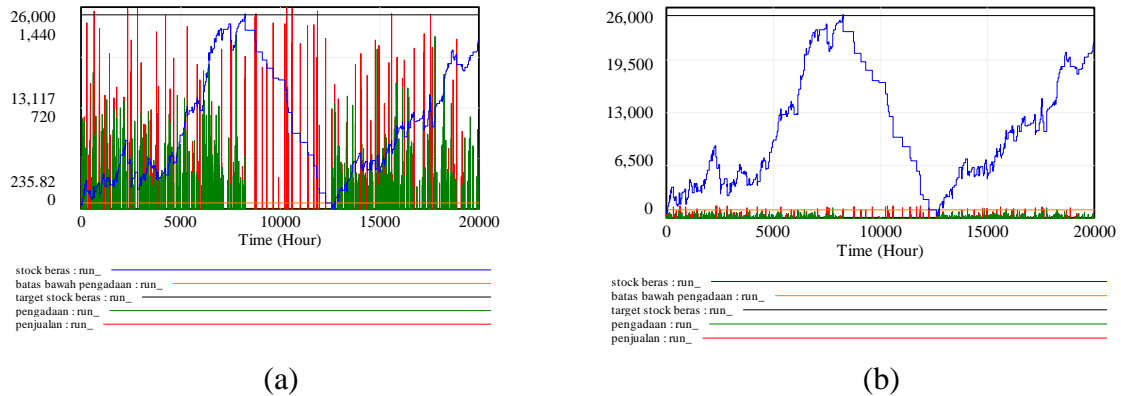
$$\begin{aligned}
 \text{kumulasi stock beras} &= \text{INTEG}(\text{stok beras}, 0) & (7)
 \end{aligned}$$



Gambar 6. Model lengkap sistem antrian *batch* (pada kasus sistem *stock* beras)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dinamika *state of the system* diwakili oleh variabel *stock* beras. Pada nilai batas bawah dan target *stock* tertentu, model memberikan profil dinamis dari *stock* beras seperti pada Gambar 6. Level *stock* akan selalu berada di antara batas bawah pengadaan dan target *stock* yang ditetapkan. Semakin tinggi target *stock* beras (atau semakin rendah batas bawah *stock*) akan semakin tinggi pula interval dinamika *stock* beras tersebut, yang artinya akan semakin tinggi rata-ratanya. Berbagai nilai target *stock* dapat dicobakan ke dalam model (Tabel 1), di mana batas bawah pengadaan diset tetap (1000 kg).



Gambar 6. Profil *stock* pada batas bawah pengadaan 1 ribu kg, dan target *stock* 25 ribu kg. Profil *stock* beras dapat ditampilkan dengan menyertakan laju pengadaan dan laju penjualan (a) atau tidak (b).

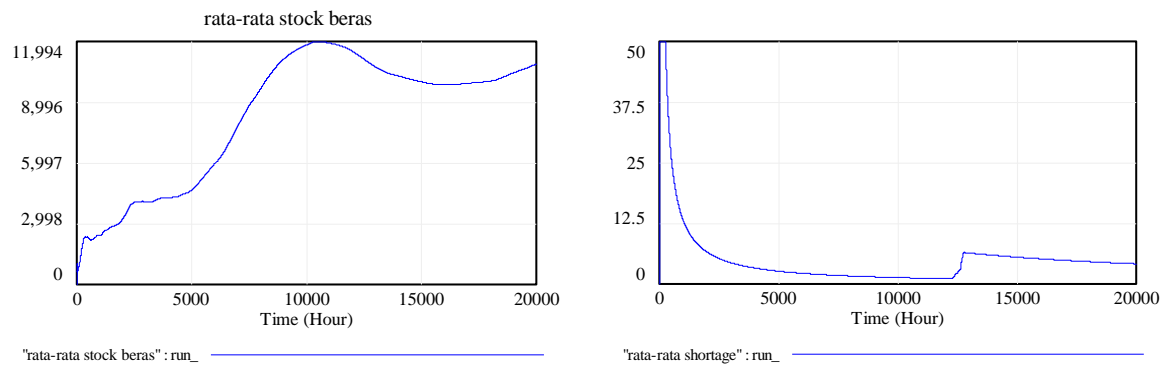
Dengan menetapkan batas bawah maka diharapkan *stock* beras tidak sampai mengalami *shortage*. Dan, dengan menetapkan target *stock* diharapkan tidak akan terjadi *stock* yang berlebih. Namun, pada praktiknya kebijakan ini sulit terimplementasikan meskipun secara teoritik terlihat sederhana.

Tabel 1. Profil rata-rata *stock* beras dan rata-rata *shortage* pada beberapa kombinasi target *stock* (pada batas bawah pengadaan tetap)

No	Batas bawah pengadaan beras (kg)	Target beras (kg)	Rata-rata <i>stock</i> beras (kg)	Rata-rata <i>shortage</i> (kg)
1	1000	20000	9500	42
2	1000	15000	8150	42
3	1000	10000	4920	55
4	1000	5000	2880	99

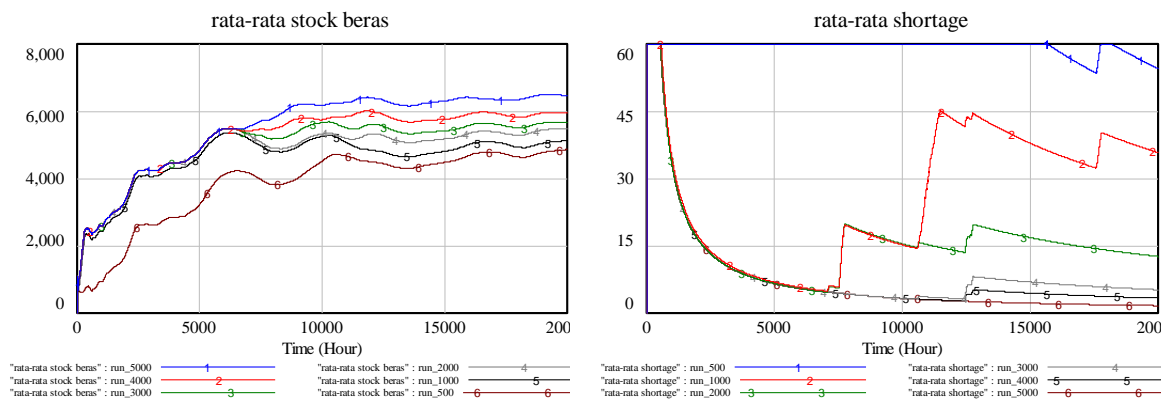
Tabel 2. Profil rata-rata *stock* beras dan rata-rata *shortage* pada beberapa kombinasi batas bawah pengadaan (target *stock* tetap)

No	Batas bawah pengadaan beras (kg)	Target <i>stock</i> beras (kg)	Rata-rata <i>stock</i> beras (kg)	Rata-rata <i>shortage</i> (kg)
1	5000	10000	6500	2
2	4000	10000	6000	4
3	3000	10000	5500	6
4	2000	10000	5200	13
5	1000	10000	5000	37
6	500	10000	4500	50



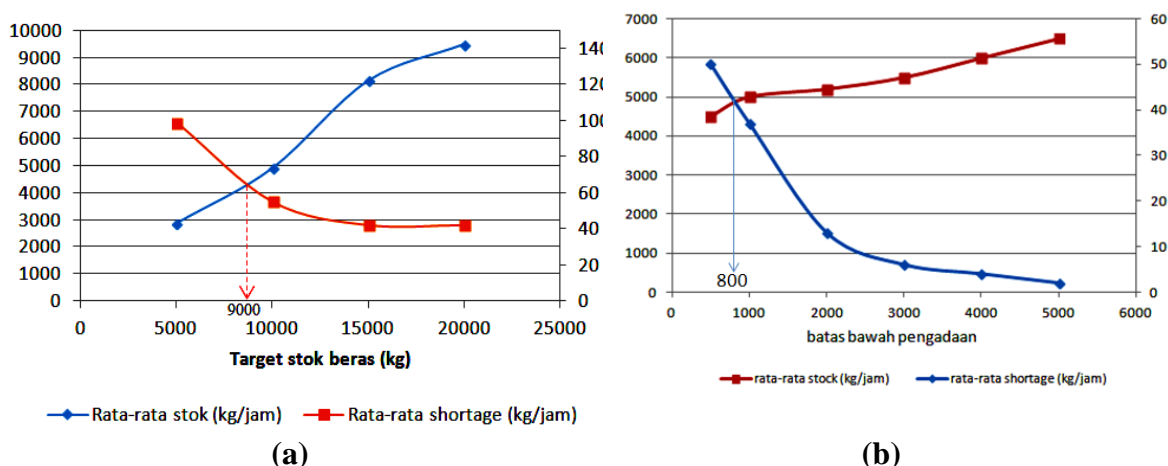
(a) (b)
Gambar 7. Profil *stock* rata-rata (a) dan *shortage* rata-rata (b)

Dari Gambar 7(a) terlihat bahwa utuk batas bawah dan target *stock*, yaitu masing-masing adalah 1000 kg dan 25000 kg, rata-rata *stock* suatu saat akan mencapai *steady* (dalam hal ini pada rata-rata *stock* di sekitar 11000 kg). Sedangkan dari Gambar 7(b), terlihat bahwa resiko terjadi *shortage* cukup besar ketika *stock* ada di saat transisi *stock* terendah ke pembukaan pengadaan kembali. Semakin rendah batas bawah akan semakin besar nilai rata-rata *shortage* seperti terlihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Profil rata-rata *stock* dan *shortage* pada beberapa nilai batas bawah (500 kg-5000 kg), dengan target *stock* tertentu (10000 kg)

Model yang disusun dalam *system dynamics* memungkinkan untuk dilakukannya analisis *what-if*. Target *stock* pada batas bawah pengadaan tertentu dapat dioptimalkan dengan mendasarkan pada *trade-off* antara rata-rata *stock* dengan rata-rata *shortage*. Jika target *stock* terlalu besar maka ongkos penyimpanan akan tinggi. Sebaliknya jika terlalu rendah maka kemungkinan terjadi *shortage* akan besar. Dalam hal informasi ongkos tidak tersedia secara cukup maka dua kriteria yaitu rata-rata *stock* dan rata-rata *shortage* dapat dikombinasikan untuk menemukan kompromi dalam memilih target *stock*. Untuk keperluan optimasi target *stock*, dapat disusun Gambar 9 berdasarkan data pada Tabel 1 dan Tabel 2 yang menunjukkan plot dari profil rata-rata *stock* beras dan rata-rata *shortage* sebagai fungsi target *stock* (a) dan batas bawah (b).



Gambar 9. Pengoptimasian *stock* target *stock* (a) dan batas bawah pengadaan (b)

Pada dasarnya, berdasarkan Gambar 9 dapat dipilih target *stock* berapapun, namun demikian jika kedua kriteria memiliki bobot yang sama maka optimalnya kira-kira ada di kisaran 9000 kg yang mempertemukan kedua kriteria tersebut untuk mendapatkan nilai target *stock* di kisaran 9000 kg, dan batas bawah pengadaan ada di nilai 800 kg. Penetapan bobot tidak dibahas dalam paper ini, di mana salah satunya ialah AHP (*analytic hierarchy process*) dapatlah digunakan.

PENUTUP
Simpulan

Persoalan di keindustrian akan mudah dianalisis jika model terkait persoalan tersebut sudah diperoleh. Pemodelan dengan *system dynamics* dapat mengakomodasi kompleksitas dari sistem yang dikaji secara baik. Dalam contoh kasus di paper ini dibahas bagaimana *stock* beras di toko beras dapat dikendalikan. Persoalan yang ada dipandang sebagai persoalan antrian *batch*, di mana yang mengantri ialah beras. Artinya, *stock* beras dipandang sebagai antrian beras. Kedatangan atau pengadaan beras terjadi secara *batch* di mana ukuran *batch* tersebut bersifat random. Demikian juga dengan penjualan beras tersebut. Salah satu cara untuk pengendalian *stock* ialah dengan menetapkan batas bawah pengadaan dan target *stock*. Dengan model yang disusun dalam *system dynamics*, suatu analisis *what-if* dapat dilakukan untuk mendapatkan solusi target *stock* yang tepat untuk suatu batas bawah pengadaan tertentu. Dalam kasus ini, jika batas bawah tersebut ialah 1000 kg, maka target *stock* yang baik ada di kisaran 9000 kg agar terjadi kompromi antara tingkat *stock* dan kemungkinan terjadinya *shortage*. Dan jika target *stock* adalah 10000 kg, maka batas bawah optimal ialah sekitar 800 kg.

Saran

Penelitian ini masih mengasumsikan bahwa antara *stock* tersimpan dengan *shortage* memiliki bobot yang sama. Untuk berikutnya dapat dilakukan dengan memperhitungkan total biaya di mana bobot yang tepat antara kedua kriteria ditentukan dengan metode standar misalnya metode AHP sehingga titik kompromi yang lebih tepat dapat diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

Clegg, R. G. (2010). A discrete-time Markov-modulated queuing system with batched arrivals . *Performance Evaluation* , No.67, h,376-385.

- Dummler, M. (1998). *Analysis of the Departure Process of a Batch Service*. Institute of Computer Science. Wurzburg: Universitat Wurzburg.
- Foster, F. G. (1964). Batched Queuing Processes. *Operations Research* , Vol.12, No. 3, h. 441-449.
- Ghaffarzagagan, N., & Larson, R. C. (2018). SD Meets OR: A New Synergy to Address Policy Problems. *System Dynamics Review* , h.1-26.
- Karaman, A., & Altiok, T. (2009). Approximate analysis and optimization of batch ordering policies in capacitated supply chains. *European Journal of Operational Research* , Vol.193, No. 1, h.222-237.
- Lee, C. F., & Chung, C. P. (2012). An Inventory Model for Deteriorating Items in a Supply Chain with System Dynamics Analysis. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* , No.40, h.41-51.
- Murdapa, P. S. (2021). Modeling the multi-channel section in the supply chain system using the multiserver queue analogy. *Jurnal Teknik Industri* , Vol.2, No. 1, h.47-54.
- Simamora, R. J. (2016). Simulasi antrian dengan model M[x]/Em/c. *Jurnal METHODIKA* , Vol.2, No. 1, h.131-138.
- Sterman, J. D. (2000). *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Irwin McGraw-Hill.
- Sterman, J., Oliva, R., Linderman, K., & Bendoly, E. (2015). System Dynamics perspectives and modeling opportunities for research in Operations Management. *Journal of Operations Management* , Vol. 39-40, No. 1, h.1-5.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research: An Introduction* (10th ed.). Pearson Education Limited.
- Umam, C. (2017). *Analisis model antrian M/M/s dengan pola kedatangan berkelompok (batch arrival): Studi kasus pada pintu masuk Dunia Fantasi*. MIPA, Program Studi Matematika. Jakarta: Universitas Negeri Jakarta.
- Ventana. (2019). *Vensim Help*. Retrieved December 9, 2021, from <https://www.vensim.com/documentation/21740.html>
- Wirjodirdjo, B. (2012). *Pengantar Metodologi Sistem Dinamik*. ITS Press
- Wu, K. (2014). Taxonomy of batch queueing models in manufacturing systems. *European Journal of Operational Research* , No. 237, h.129–135.
- Wulandari, S. A., Kusnandar, D., & Debatara, N. N. (2016). Penerapan model antrian batch arrival satu server (Studi Kasus:Antrian Loket Kolam Renang JC. Oevaang Oeray Pontianak). *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)* , Vol.5, No. 3, h.305310.