Jurnal PASTI (Penelitian dan Aplikasi Sistem dan Teknik Industri)
Vol. 19, No. 3, Desember 2025, 338-352
p-ISSN 2085-5869/ e-ISSN 2598-4853

Pengembangan Model Optimasi Tangguh *Time-Dependent Travel Times Vehicle Routing Problem*

Fran Setiawan[1*], Carles Sitompul[2]
[1,2)] Pusat Studi Rantai Pasok, Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknologi Rekayasa, Universitas Katolik Parahyangan
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung, Jawa Barat 40141, Indonesia
Email: fransetiawan@unpar.ac.id[*], carles@unpar.ac.id

(Diterima: 28-09-2025; Direvisi: 19-12-2025; Disetujui: 21-12-2025)

Abstrak

Peningkatan laju urbanisasi dan perkembangan teknologi internet membuat permintaan kegiatan pengangkutan barang di kota besar semakin banyak. Hal ini menyebabkan berbagai permasalahan di kota, salah satunya yaitu kemacetan lalu lintas. Permasalahan-permasalahan ini mendorong munculnya konsep logistik perkotaan. Model *vehicle routing problem* (VRP) merupakan model utama untuk mengatasi permasalahan operasional distribusi barang. Salah satu cara untuk mengurangi kemacetan adalah membatasi pengantaran barang di jam-jam sibuk. Varian dari VRP yang dapat mengakomodasi ini adalah *time-dependent vehicle routing problem* (TDVRP) yang mempertimbangkan variasi dari waktu tempuh sepanjang hari dengan membagi jam per hari menjadi beberapa interval waktu sehingga waktu tempuh kendaraan disuatu interval waktu berbeda dengan interval waktu yang lainnya. Penelitian ini mengembangkan model TDVRP yang mengakomodasi ketidakpastian pada waktu tempuh dengan menggunakan pendekatan optimasi tangguh. Pengujian model dilakukan dengan bantuan *software* AMPL. Hasil pengujian menunjukkan bahwa rata-rata total waktu tempuh model tangguh meningkat sekitar 2–3% dibandingkan model deterministik, namun variasi antar skenario sekitar 5%, yang menunjukkan tingkat ketangguhan dan kestabilan hasil yang baik terhadap ketidakpastian. Dengan demikian, model tangguh mampu memberikan solusi yang lebih andal untuk sistem logistik perkotaan.

Kata kunci: Logistik Perkotaan; *Vehicle Routing Problem*; *Time-Dependent*; Stokastik *Programming*; Optimasi Tangguh

Abstract

The rapid growth of urbanization and internet technology has increased the demand for freight transportation in large cities. This has led to various urban problems, one of which is traffic congestion. These issues have encouraged the emergence of the urban logistics concept. The Vehicle Routing Problem (VRP) is the main model used to address operational problems in freight distribution. One approach to reducing congestion is by limiting deliveries during peak hours. A variant of VRP that accommodates this is the Time-Dependent Vehicle Routing Problem (TDVRP), which considers variations in travel time throughout the day by dividing it into several time intervals, where the travel time in one interval differs from another. This study develops a TDVRP model that accommodates uncertainty in travel time using a robust optimization approach. The model was tested using AMPL. The results show that the average total travel time of the robust model increases by about 2–3% compared to the deterministic model, but its variation among scenarios is around 5%, indicating a good level of robustness and stability against uncertainty. Therefore, the robust model can provide more reliable solutions for urban logistics systems.

Keywords: *City Logistics; Vehicle Routing Problem; Time-Dependent; Stochastic Programming; Robust Optimization*

PENDAHULUAN

Logistik dapat didefinisikan sebagai fungsi yang memiliki tanggung jawab untuk mengatur aliran material dari supplier kepada suatu organisasi, melalui proses produksi didalam organisasi dan kemudian sampai kepada konsumen akhir (Ivanov, 2024; Snyder & Shen, 2019; Waters, 2003). Aktivitas utama logistik dapat berupa transportasi, pergudangan, pemrosesan pesanan dan pengaturan persediaan. Transportasi memungkinkan produk pindah dari lokasi dimana mereka diproduksi ke lokasi konsumen akhir yang seringkali dibatasi oleh jarak yang sangat jauh. Transportasi memiliki dampak yang besar kepada aspek ekonomi, sosial dan lingkungan (Cattaruzza *et al*., 2017; Koç *et al*., 2025; Setiawan *et al*., 2025). Menurut Tseng *et al*. (2005), biaya transportasi merupakan biaya terbesar dalam biaya logistik keseluruhan yaitu mencapai 29.4% kemudian diikuti oleh biaya persediaan, biaya penyimpanan, biaya pengepakan, biaya manajemen, biaya perpindahan dan yang terakhir adalah biaya pemesanan. Dari aspek sosial, pendapatan publik juga didapat dari kegiatan transportasi yaitu sebesar 0.6% dari PDB berasal dari pajak kendaraan dan merupakan bagian terbesar dari pajak penggunaan *energy* (1.9% dari PDB) yang berasal dari pajak penggunaan bahan bakar berdasarkan *European Commission*. Dari aspek lingkungan, kegiatan transportasi menjadi salah satu penyumbang peningkatan laju efek gas rumah kaca. Menurut *European Commision*, 60% dari konsumsi minyak global dan 25% dari konsumsi energi berasal dari kegiatan transportasi.

Disisi lain laju urbanisasi semakin meningkat. Ditahun 1950, hanya 54.5% dari populasi di negara berkembang yang tinggal didaerah perkotaan. Angka ini meningkat menjadi 77.7% di tahun 2011 dan diperkirakan mencapai 85.9% di tahun 2050. Lebih jauh lagi 25% dari jumlah populasi penduduk di dunia dan hampir 60% dari PDB dunia akan disumbangkan oleh 600 kota terbesar di dunia pada tahun 2025. Perkembangan teknologi internet dan telepon seluler mengubah prefrensi masyarakat dalam berbelanja dari luring menjadi daring sehingga memperbanyak aktivitas transportasi didalam perkotaan (Fontaine *et al*., 2023; Setiawan *et al*., 2023; Setiawan & Novialdo, 2021; Wehbi *et al*., 2022). Hal ini memperburuk kondisi perkotaan menjadi tambah macet, banyak polusi dan penggunaan bahan bakar yang berasal dari fosil yang semakin banyak. Untuk mengatasi hal ini, para peneliti didalam bidang logisik mengeluarkan suatu konsep yang bernama logistik perkotaan (*city logistics*). Logistik perkotaan bertujuan untuk meningkatkan efisiensi transportasi barang sehingga dapat mereduksi kemacetan lalu lintas, konsumsi energi dan dampak kepada lingkungan dan keamanan didalam lingkungan perkotaan (Bachofner *et al*., 2022; Fontaine *et al*., 2023; Taniguchi & Thompson, 2018).

Model *vehicle routing problem* (VRP) yang banyak diteliti dan dikembangkan oleh para peneliti untuk pengambilan keputusan distribusi dilevel operasional dapat digunakan sebagai model utama untuk masalah-masalah operasional distribusi didalam konteks logistik perkotaan (Taniguchi & Thompson, 2018). Beberapa karakteristik dari permasalahan penentuan rute di lingkungan perkotaan mendorong para peneliti untuk mengembangkan model-model VRP baru yang sesuai untuk karakteristik di lingkungan perkotaan (Cattaruzza *et al*., 2017). Menurut Cattaruzza *et al*. (2017) ada dua tujuan utama melakukan optimasi rute kendaraan didalam lingkungan perkotaan, yang pertama dan yang paling sering ditemukan adalah untuk mereduksi kemacetan dan meningkatkan mobilitas dari kegiatan pengangkutan barang didalam kota dengan biaya terkecil. Tujuan yang kedua adalah untuk memberikan kontribusi positif kepada lingkungan dan pengembangan berkelanjutan yaitu tentang pengurangan emisi gas rumah kaca, mereduksi polusi dan kebisingan atau dengan

meningkatkan kondisi hidup masyarakat perkotaan. Menurut Cattaruzza *et al*. (2017), salah satu tantangan pertama mengembangkan model VRP pada lingkungan logistik perkotaan adalah waktu tempuh yang bergantung pada waktu (*time-dependent travel times*). Transportasi didalam lingkungan perkotaan yang efisien harus mempertimbangkan kemacetan lalu lintas dan jam-jam sibuk (*peak hours*). Model VRP dasar mempertimbangkan waktu tempuh yang tetap sepanjang hari. Kenyataannya didalam lingkungan perkotaan, waktu tempuh dapat bervariasi sepanjang hari. Oleh karena itu jika dalam memodelkan kita mengabaikan variasi dari waktu tempuh ini, hal ini berdampak buruk pada kualitas solusi yang dihasilkan (Cattaruzza *et al*., 2017). Berdasarkan survey yang dilakukan oleh Braekers *et al*., (2016); Tan & Yeh, (2021); dan Mor & Speranza, (2022) mengenai vehicle routing problem, *time-dependent* VRP (TDVRP) secara umum dimodelkan dengan membagi periode kerja dalam satu hari kedalam beberapa interval periode dan kecepatan yang konstan diasumsikan kepada setiap interval periode ini sehingga kecepatan merupakan fungsi tangga bergantung dari waktu keberangkatan. Banyak penelitian dari TDVRP mengasumsikan parameter bersifat deterministik (Fan *et al*., 2021; Gmira *et al*., 2021; Pan *et al*., 2021a, 2021b; Wang *et al*., 2022; Wu & Wu, 2022).

Meskipun TDVRP telah mempertimbangkan variasi waktu tempuh berdasarkan tingkat kemacetan pada berbagai periode waktu, tingkat kemacetan dalam suatu interval sering kali bersifat tidak pasti. Oleh karena itu, diperlukan model yang dapat mengakomodasi ketidakpastian waktu tempuh dalam tiap interval periode waktu. Penelitian ini mengembangkan model TDVRP dengan pendekatan optimasi tangguh (*robust optimization*) untuk menangani ketidakpastian tersebut, karena penelitian serupa sebelumnya belum banyak dilakukan. Berbeda dengan pemrograman stokastik yang memerlukan informasi lengkap mengenai distribusi probabilitas, optimasi tangguh hanya memanfaatkan sejumlah skenario ketidakpastian yang mewakili kemungkinan variasi parameter (Eufinger *et al*., 2020). Oleh karena itu, penelitian ini akan mengembangkan model optimasi tangguh untuk TDVRP dan menyajikan implikasi manajerial bagi pembuat keputusan. Tabel 1 menyajikan perbandingan secara tabular antara penelitian ini dengan berbagai studi terdahulu terkait TDVRP.

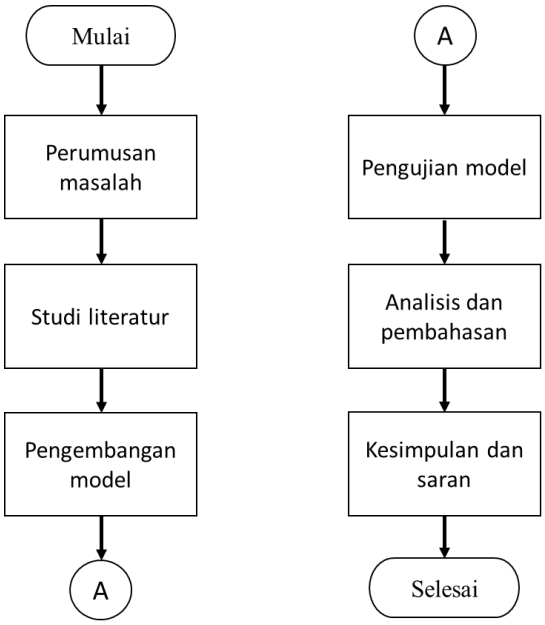
Tabel 1. Ringkasan Studi Terdahulu

Referensi	Depot	*Green aspect*	*Trip*	*Multimodal*	*Uncertainty*
Fan *et al*., 2021	*Multi*	Ya	*Single*	Tidak	Tidak
Gmira *et al*., 2021	*Single*	Tidak	*Single*	Tidak	Tidak
Pan *et al*., 2021a	*Single*	Tidak	*Single*	Tidak	Tidak
Pan *et al*., 2021b	*Single*	Tidak	*Multi*	Tidak	Tidak
Wu & Wu, 2022	*Single*	Ya	*Single*	Tidak	Tidak
Wang *et al*., 2022	*Single*	Tidak	*Single*	Ya	Tidak
Penelitian ini	*Single*	Tidak	*Single*	Tidak	Ya

METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini diawali dengan perumusan masalah yang berfokus pada pengembangan model optimasi tangguh untuk TDVRP. Selanjutnya dilakukan studi literatur mengenai VRP dalam konteks logistik perkotaan, TDVRP, serta pendekatan optimasi tangguh. Tahap berikutnya adalah pengembangan model matematika TDVRP berbasis optimasi tangguh, dilanjutkan dengan pembuatan data kasus skala kecil untuk pengujian model menggunakan perangkat lunak AMPL dan *solver* CPLEX. Setelah model diuji, dilakukan analisis dan pembahasan terhadap hasil yang diperoleh. Penelitian ini diakhiri

dengan penarikan kesimpulan serta pemberian saran untuk penelitian selanjutnya. Gambar 2 menyajikan diagram alir yang menggambarkan tahapan metode penelitian pada studi ini.



Gambar 2. Diagram Alir Metodologi Penelitian

Formulasi Permasalahan

Model matematis tangguh TDVRP pada penelitian ini dikembangkan berdasarkan model TDVRP yang diperkenalkan oleh Malandraki & Daskin (1992), dengan beberapa penyesuaian untuk mengakomodasi ketidakpastian kondisi jaringan transportasi melalui pendekatan optimasi tangguh. Permasalahan didefinisikan pada suatu himpunan *node* berjumlah n, yang terdiri atas depot, pelanggan, dan *node* tambahan (*dummy*) untuk setiap kendaraan sebagai titik kembali (*dummy node* untuk depot). Setiap kendaraan $k \epsilon K$ memiliki kapasitas terbatas b_k dan berangkat dari depot pada waktu awal tertentu t_{dep}. Setiap pelanggan $i \epsilon N$ memiliki permintaan d_i yang harus dipenuhi serta waktu pelayanan s_i.

Waktu tempuh antar *node* i dan j bergantung pada interval waktu keberangkatan $m \in M$ dan skenario realisasi $s \in S$, yang direpresentasikan dengan parameter c_{ij}^{ms}. Hal ini memungkinkan model untuk menangkap variasi kecepatan kendaraan sepanjang hari sesuai dengan kondisi lalu lintas pada masing-masing skenario. Interval waktu T_{ij}^{m} mendefinisikan batas atas interval pada link (i,j), sementara L_{i} dan U_{i} digunakan untuk mengontrol jendela waktu paling awal dan paling akhir kendaraan dapat tiba di *node* i.

Variabel biner x_{ij}^{m} menunjukkan apakah kendaraan melakukan perjalanan dari *node* i ke *node* j pada interval m, sedangkan variabel t_{js} merepresentasikan waktu keberangkatan kendaraan dari *node* j pada skenario s. Selain itu, w_j menyatakan jumlah muatan yang dibawa kendaraan saat meninggalkan *node* j. Nilai total waktu tempuh dihitung untuk setiap skenario sebagai ξ_s, dan $\bar{\xi}$ digunakan untuk menyatakan rata-rata dari seluruh skenario.

Fungsi tujuan dalam model ini dirancang untuk meminimalkan kombinasi antara nilai rata-rata total waktu tempuh dan variansinya, dengan bobot λ yang merepresentasikan tingkat kepentingan pengendalian ketidakpastian.

Model matematis

Parameter

n = jumlah *node* termasuk depot
M = jumlah interval waktu pada setiap link
K = jumlah kendaraan
S = jumlah realisasi skenario
c_{ij}^{ms} = waktu tempuh dari *node* i ke *node* j jika perjalanan dimulai dari i selama interval waktu m pada skenario s; $c_{ij}^{ms} = \infty$ untuk semua i, m
s_i = waktu pelayanan pada *node* i; $s_i = 0$ untuk $i = 1, n+1, \dots, n+K$
T_{ij}^{m} = batas atas untuk interval waktu m untuk link (I, j)
t_{dep} = waktu berangkat dari depot (*node* 1)
b_k = kapasitas kendaraan k
d_i = permintaan konsumen I; $d_i = 0$ untuk $i = 1, n+1, \dots, n+K$
B_1 = bilangan besar
B_2 = bilangan besar
B $= max_k b_k$ = kapasitas kendaraan terbesar
L_i = waktu paling awal kendaraan dapat sampai pada *node* i
U_i = waktu paling akhir kendaraan dapat sampai pada *node* i
λ = bobot variansi fungsi tujuan
p_s = peluang terjadinya skenario s

Variabel keputusan

x_{ij}^{m} = bernilai 1 jika kendaraan dari *node* i ke *node* j, dimulai dari titik i pada interval waktu m; bernilai 0 jika sebaliknya
t_{js} = waktu berangkat setiap kendaraan dari *node* j pada skenario s
w_j = berat atau volume lebih besar atau sama dengan yang dibawa oleh sebuah kendaraan
ketika berangkat dari *node* j
$\bar{\xi}$ = nilai rata-rata total tempuh dari skenario yang ada
ξ_s = total waktu tempuh untuk setiap skenario s

Fungsi tujuan

$$\text{Min } \bar{\xi} + \lambda(\textstyle\sum_{s \epsilon S} p_s(\xi_s - \bar{\xi}) \tag{1}$$

Kendala

$$\textstyle\sum_{i=1, i\neq j}^{n} \sum_{m=1}^{M} x_{ij}^{m} = 1 \qquad \forall j = 2, \dots, n+K \tag{2}$$

$$\textstyle\sum_{j=2, j\neq i}^{n+K} \sum_{m=1}^{M} x_{ij}^{m} = 1 \qquad \forall i = 2, \dots, n \tag{3}$$

$$\textstyle\sum_{j=2}^{n} \sum_{m=1}^{M} x_{ij}^{m} = K \tag{4}$$

$$t_1 = t \tag{5}$$

$$t_{js} - t_{is} - B_1 x_{ij}^{m} \geq c_{ij}^{ms} + c_j - B_1 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n+K; i \neq j; \; m = 1, \dots, M; s = 1, \dots, S \tag{6}$$

$$t_{is} + B_2 x_{ij}^m \leq T_{ij}^m + B_2 \qquad \forall i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n+K; i \neq j; \; m = 1, \dots, M; s = 1, .., S \tag{7}$$

$$t_{is} - T_{ij}^{m-1} x_{ij}^m \geq 0 \qquad \forall i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n+K; i \neq j; \; m = 1, \dots, M; s = 1, .., S \tag{8}$$

$$L_i + c_i \leq t_{is} \leq U_i + c_i \qquad \forall i = 1, \dots, n+K; s = 1, .., S \tag{9}$$

$$w_j - w_i - B \sum_{m=1}^{M} x_{ij}^m \geq d_j - B \qquad \forall i = 1, \dots, n; j = 2, \dots, n+K; i \neq j \tag{10}$$

$$w_1 = 0 \tag{11}$$

$$w_{n+K} \leq b_k \qquad \forall k = 1, \dots, K \tag{12}$$

$$\xi_s = \sum_{k=1}^{K} t_{n+k,s} \qquad \forall s = 1, \dots, S \tag{13}$$

$$\bar{\xi} = \sum_{s \epsilon S} p_s \xi_s \tag{14}$$

$$x_{ij}^m = \{0,1\} \qquad \forall i, j, m \tag{15}$$

$$t_{is} \geq 0 \qquad \forall i, s \tag{16}$$

$$w_i \geq 0 \qquad \forall i \tag{17}$$

$$\xi_s \geq 0 \qquad \forall s \tag{18}$$

$$\bar{\xi} \geq 0 \tag{19}$$

Fungsi tujuan (1) meminimasi total waktu tempuh rata-rata untuk semua kendaraan dan standar deviasi total waktu tempuh. Kendala (2) sampai (4) memastikan bahwa setiap konsumen hanya dikunjungi satu kali dan hanya kendaraan sejumlah K yang digunakan. Kendala (5) menyatakan bahwa waktu mulai perjalanan dari depot (*node* 1) sama dengan t untuk semua kendaraan. Kendala (6) menghitung waktu berangkat dari *node* j. Kendala (7) dan (8) memastikan bahwa link paralel m dipilih antara *node* i dan j sesuai dengan waktu berangkat dari *node* i. Kendala (9) merupakan kendala time windows yang didefinisikan sebagai waktu kedatangan di *node* sementara variabel t_i untuk $i = 1, \dots, n+K$ menunjukkan waktu keberangkatan dari *node*. Kendala (10) sampai (12) memastikan batasan kapasitas. Kendala (10) memastikan bahwa beban yang dibawa oleh kendaraan setelah meninggalkan konsumen j paling tidak sama dengan beban ketika meninggalkan konsumen sebelumnya (konsumen i) ditambah beban yang diambil pada konsumen j. Kendala (11) memastikan bahwa semua kendaraan meninggalkan depot 1 dalam keadaan kosong. Kendala (12) memastikan kapasitas dari setiap kendaraan tidak terlanggar. Formulasi TDVRP ini tidak membutuhkan kendala pengeliminasian sub rute karena kendala (5) dan (10) sudah berfungsi sebagai kendala eliminasi subrute. Kendala (13) menghitung total waktu tempuh semua kendaraan untuk semua skenario. Kendala (14) menghitung rata-rata dari skenario total waktu tempuh untuk semua kendaraan. Kendala (15) sampai (19) mendefinisikan domain dari variabel keputusan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data

Dalam penelitian ini, dibangkitkan data hipotetik untuk menguji dan menganalisis dua model, yaitu model dengan mempertimbangkan ketidakpastian (stokastik) dengan optimasi tangguh dan model yang tidak mempertimbangkan ketidakpastian (deterministik). Data hipotetik yang dibangkitkan terdiri dari 1 *node* sebagai depot, 7 *node* sebagai konsumen, 2 *dummy node* yang merepresentasikan *node* depot tujuan kembali untuk masing-masing dari K kendaraan, 2 armada kendaraan and 3 interval waktu. Detail dari data hipotetik sebagai berikut (*node* 1 adalah depot, *node* 2-8 adalah konsumen, *node* 9 dan 10 adalah *dummy node*).

Waktu pelayanan masing-masing *node* = 0, 27, 34, 38, 41, 29, 18, 25, 0, 0
Batas atas untuk masing-masing interval waktu = 150, 300, 600
Kapasitas kendaraan = 300, 500
Permintaan masing-masing *node* = 0, 70, 50, 80, 120, 110, 95, 75, 0, 0
Waktu paling awal dapat tiba di tiap *node* = 0, 120, 0, 60, 60, 120, 60, 120, 0, 0
Waktu paling akhir dapat tiba di tiap *node* = 600, 420, 360, 480, 420, 480, 420, 360, 600, 600
Matriks waktu tempuh antar *node* untuk tiap interval waktu untuk kasus deterministik dapat dilihat pada Tabel 2, 3 dan 4 berikut

Tabel 2. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	30	40	44	62	48	37	43	-	-
2	30	-	42	64	74	62	57	56	30	30
3	40	42	-	72	78	52	81	86	40	40
4	44	64	72	-	64	18	48	56	44	44
5	62	74	78	64	-	54	28	34	62	62
6	48	62	52	18	54	-	70	76	48	48
7	47	57	81	48	28	70	-	35	38	38
8	43	56	86	56	34	76	35	-	29	29
9	-	30	40	44	62	48	38	29	-	-
10	-	30	40	44	62	48	38	29	-	-

Tabel 3. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	15	20	22	31	24	18	26	-	-
2	15	-	21	32	37	31	25	28	18	18
3	20	21	-	36	39	26	30	35	25	25
4	22	32	36	-	32	9	22	28	20	20
5	31	37	39	32	-	27	17	19	21	21
6	24	31	26	9	27	-	36	30	24	24
7	18	25	30	22	17	36	-	20	17	17
8	26	28	35	28	19	30	20	-	30	30
9	-	18	25	20	21	24	17	30	-	-
10	-	18	25	20	21	24	17	30	-	-

Tabel 4. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	41	47	59	69	65	48	47	-	-
2	41	-	49	70	80	68	61	62	42	42
3	47	49	-	81	82	60	91	90	55	55

Tabel 4. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 3 (Lanjutan)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	59	70	81	-	64	30	57	65	46	46
5	69	80	82	64	-	61	32	37	66	66
6	65	68	60	30	61	-	73	79	55	55
7	48	61	91	57	32	73	-	40	44	44
8	47	62	90	65	37	79	40	-	35	35
9	-	42	55	46	66	55	44	35	-	-
10	-	42	55	46	66	55	44	35	-	-

Matriks waktu tempuh antar *node* untuk tiap interval waktu untuk kasus yang mempertimbangkan ketidakpastian dengan optimasi tangguh dibangkitkan dengan menambahkan skenario waktu tempuh pada masing-masing interval waktu. Tiga skenario dibuat untuk masing-masing interval waktu dimana untuk skenario 2, waktu tempuhnya adalah sama dengan waktu tempuh pada kasus deterministik. Waktu tempuh masing-masing skenario pada masing-masing interval waktu dapat dilihat pada Tabel 5 sampai dengan 10 sebagai berikut.

Tabel 5. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 1 Skenario 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	20	33	34	52	41	30	38	-	-
2	20	-	37	55	63	52	48	50	23	23
3	33	37	-	63	69	40	76	79	36	36
4	34	55	63	-	54	12	42	50	40	40
5	52	63	69	54	-	46	26	28	55	55
6	41	52	40	12	46	-	56	66	42	42
7	30	48	76	42	26	56	-	31	33	33
8	38	50	79	50	28	66	31	-	24	24
9	-	23	36	40	55	42	33	24	-	-
10	-	23	36	40	55	42	33	24	-	-

Tabel 6. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 1 Skenario 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	40	50	53	69	60	45	46	-	-
2	40	-	48	73	82	70	60	62	38	38
3	50	48	-	79	93	67	88	93	44	44
4	53	73	79	-	74	28	66	61	49	49
5	69	82	93	74	-	67	49	46	67	67
6	60	70	67	28	67	-	86	83	54	54
7	45	60	88	66	49	86	-	40	45	45
8	46	62	93	61	46	83	40	-	36	36
9	-	38	44	49	67	54	45	36	-	-
10	-	38	44	49	67	54	45	36	-	-

Tabel 7. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 2 Skenario 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	8	12	13	24	17	13	20	-	-
2	8	-	14	25	30	24	22	21	13	13
3	12	14	-	28	31	20	36	37	18	18
4	13	25	28	-	20	4	17	23	15	15
5	24	30	31	20	-	18	12	10	16	16
6	17	24	20	4	18	-	30	27	20	20
7	13	22	36	17	12	30	-	15	10	10
8	20	21	37	23	10	27	15	-	24	24

Tabel 7. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 2 Skenario 1 (Lanjutan)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	-	13	18	15	16	20	10	24	-	-
10	-	13	18	15	16	20	10	24	-	-

Tabel 8. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 2 Skenario 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	25	28	27	39	30	23	35	-	-
2	25	-	29	39	45	39	42	42	27	27
3	28	29	-	44	47	36	46	48	29	29
4	27	39	44	-	47	18	28	33	26	26
5	39	45	47	47	-	37	26	28	30	30
6	30	39	36	18	37	-	29	16	32	32
7	23	42	46	28	26	29	-	27	23	23
8	35	42	48	33	28	16	27	-	36	36
9	-	27	29	26	30	32	23	36	-	-
10	-	27	29	26	30	32	23	36	-	-

Tabel 9. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 3 Skenario 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	36	42	53	59	61	42	42	-	-
2	36	-	43	65	70	60	63	58	39	39
3	42	43	-	76	77	55	86	84	51	51
4	53	65	76	-	60	27	52	58	42	42
5	59	70	77	60	-	54	30	34	62	62
6	61	60	55	27	54	-	68	75	49	49
7	42	63	86	52	30	68	-	35	41	41
8	42	58	84	58	34	75	35	-	30	30
9	-	39	51	42	62	49	41	30	-	-
10	-	39	51	42	62	49	41	30	-	-

Tabel 10. Matriks Waktu Tempuh Interval Waktu 3 Skenario 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	46	50	63	65	70	55	57	-	-
2	46	-	54	77	86	74	68	70	52	52
3	50	54	-	86	86	67	98	96	61	61
4	63	77	86	-	68	36	63	69	50	50
5	65	86	86	68	-	68	40	42	72	72
6	70	74	67	36	68	-	78	86	61	61
7	55	68	98	63	40	78	-	48	52	52
8	57	70	96	69	42	86	48	-	44	44
9	-	52	61	50	72	61	52	44	-	-
10	-	52	61	50	72	61	52	44	-	-

Hasil

Model optimasi tangguh yang telah dibuat dan model deterministik dari Malandraki & Daskin, (1992) diterjemahkan kedalam bahasa pemrograman APML untuk diselesaikan dengan menggunakan solver CPLEX. Berikut hasil yang didapat untuk kasus deterministik dan kasus yang mempertimbangkan ketidakpastian.

Kasus Deterministik

Fungsi tujuan = 485

Rute kendaraan 1: 1-3-2-9

Rute kendaraan 2: 1-4-6-5-8-7-10

Kasus Dengan Ketidakpastian Dengan Optimasi Tangguh

Kasus 1

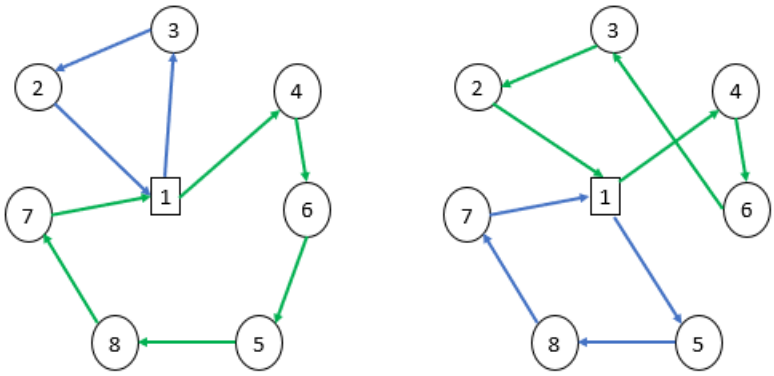
Pada kasus yang pertama ini akan diberikan peluang terjadinya masing-masing skenario akan dimodelkan dengan *triangular-like distribution* dimana distribusi normal akan didiskritkan menggunakan tiga angka dengan masing-masing peluang terjadinya adalah 0,16; 0.68 dan 0,16, maka peluang terjadinya skenario 1 adalah 0.16; peluang terjadinya skenario 2 adalah 0.68; dan peluang terjadinya skenario 3 adalah 0.16. Peluang seperti ini mengikuti konsep PERT dalam konsep manajemen proyek tentang pembagian estimasi waktu penyelesaian aktivitas menjadi estimasi pesimis, estimasi yang paling sering terjadi dan estimasi optimis. Hasil dari pengujian 1 adalah sebagai berikut:

Total waktu tempuh rata-rata adalah 497.16

Rute kendaraan 1 = 1-5-8-7-9

Rute kendaraan 2 = 1-4-6-3-2-10

Kemudian hasil ini akan dibandingkan dengan hasil dari model TDVRP deterministik. Perbandingan tersebut disajikan dalam Gambar 3. *Arc* berwarna biru menunjukan rute kendaraan 1 dan *arc* berwarna hijau menunjukan rute kendaraan 2.



a. TDVRP b. Tangguh TDVRP

Gambar 3. Visualisasi Rute Kendaraan Pengujian 1

Kasus 2

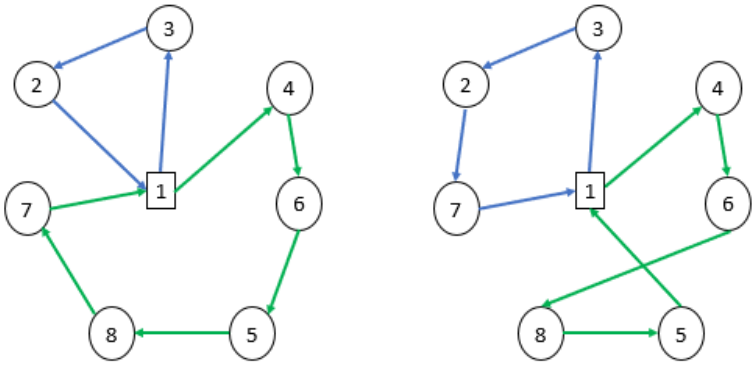
Pada kasus 2 ini, peluang dari terjadinya skenario menggunakan distribusi seragam (*uniform*) dengan peluang 1/3 untuk masing-masing skenario. Hasil untuk pengujian model dengan distribusi seragam adalah sebagai berikut

Total waktu tempuh rata-rata adalah 500.17

Rute kendaraan 1 = 1-3-2-7-9

Rute kendaraan 2 = 1-4-6-8-5-10

Kemudian hasil ini akan dibandingkan dengan hasil dari model TDVRP deterministik. Perbandingan tersebut disajikan dalam Gambar 4. Arc berwarna biru menunjukan rute kendaraan 1 dan *arc* berwarna hijau menunjukan rute kendaraan 2.



Gambar 4. Visualisasi Rute Kendaraan Pengujian 2

Kasus 3

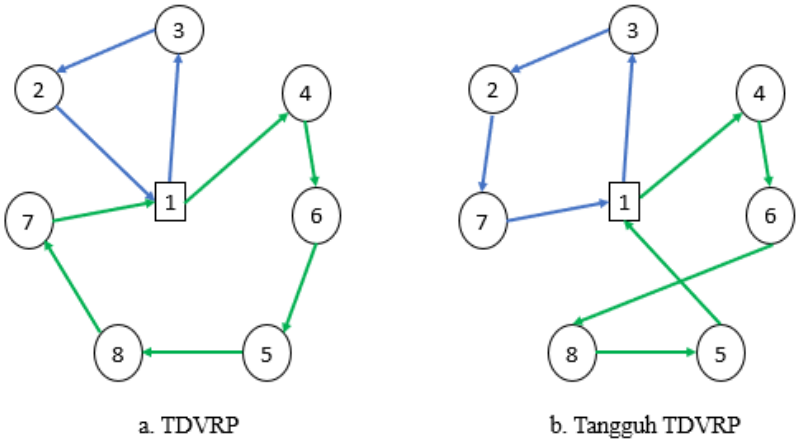
Pada kasus 3, peluang dari terjadinya skenario menjadi masing-masing 0,25; 0,5; 0.25. Hasil untuk pengujian model untuk peluang terjadinya skenario tersebut adalah sebagai berikut:

Total waktu tempuh rata-rata adalah 499.5

Rute kendaraan 1 = 1-3-2-7-9

Rute kendaraan 2 = 1-4-6-8-5-10

Kemudian hasil ini akan dibandingkan dengan hasil dari model TDVRP deterministik. Perbandingan tersebut disajikan dalam Gambar 5. Arc berwarna biru menunjukan rute kendaraan 1 dan arc berwarna hijau menunjukan rute kendaraan 2.



Gambar 5. Visualisasi Rute Kendaraan Pengujian 3

Untuk memberikan gambaran yang lebih komprehensif terhadap perbandingan kinerja antara model TDVRP deterministik dan model TDVRP tangguh, Tabel 11 menyajikan ringkasan hasil numerik dari seluruh pengujian. Tabel ini menampilkan total waktu tempuh rata-rata, nilai variansi antar skenario, serta rute yang dihasilkan oleh masing-masing model.

Tabel 11. Perbandingan Pengujian 3 Model Tangguh TDVRP dengan TDVRP

Pengujian	Ekspektasi Waktu Tempuh	Variansi	Standar Deviasi	Rute Kendaraan 1	Rute Kendaraan 2
TDVRP	485	-	-	1–3–2–9	1–4–6–5–8–7–10
TDVRP tangguh pengujian 1	497.16	815.5	28.56	1–5–8–7–9	1–4–6–3–2–10

Tabel 11. Perbandingan Pengujian 3 Model Tangguh TDVRP dengan TDVRP (Lanjutan)

Pengujian	Ekspektasi Waktu Tempuh	Variansi	Standar Deviasi	Rute Kendaraan 1	Rute Kendaraan 2
TDVRP tangguh pengujian 2	500.166	744.2	27.28	1–3–2–7–9	1–4–6–8–5–10
TDVRP tangguh pengujian 3	499.5	655.3	25.59	1–3–2–7–9	1–4–6–8–5–10

Analisis dan Pembahasan

Hasil perbandingan antara model TDVRP deterministik dengan model TDVRP tangguh yang dikembangkan dalam penelitian ini memberikan beberapa diskusi penting.

Pertama, pada kasus deterministik diperoleh total waktu tempuh sebesar 485 dengan rute kendaraan 1: 1–3–2–9 dan kendaraan 2: 1–4–6–5–8–7–10. Solusi ini diperoleh dengan asumsi bahwa waktu tempuh bersifat tetap untuk setiap interval sehingga tidak mempertimbangkan adanya variasi kondisi lalu lintas di setiap inverval. Akibatnya, meskipun memberikan nilai fungsi tujuan yang lebih rendah, solusi deterministik berpotensi menimbulkan bias ketika dihadapkan pada ketidakpastian.

Ketika ketidakpastian dimasukkan ke dalam model, optimasi tangguh menunjukkan kemampuan untuk menyesuaikan struktur rute sesuai dengan distribusi probabilitas skenario. Pada Pengujian 1 dengan distribusi *triangular-like*, rata-rata total waktu tempuh meningkat menjadi 497,16 dengan waktu tempuh masing-masing skenario 455, 493, dan 557. Struktur rute juga mengalami perubahan: kendaraan 1 melayani 1–5–8–7–9, sedangkan kendaraan 2 melayani 1–4–6–3–2–10. Hal ini menunjukkan bahwa model tangguh cenderung menyeimbangkan risiko skenario terburuk dengan melakukan redistribusi pelanggan ke kendaraan yang berbeda dibandingkan dengan model deterministik.

Pada Pengujian 2 dengan distribusi seragam (*uniform*), rata-rata total waktu tempuh kembali meningkat menjadi 500,17. Rute yang dihasilkan adalah 1–3–2–7–9 untuk kendaraan 1 dan 1–4–6–8–5–10 untuk kendaraan 2. Hasil yang sama diperoleh pada Pengujian 3 dengan probabilitas skenario 0,25; 0,5; dan 0,25, dengan rata-rata total waktu tempuh sebesar 499,5 dan struktur rute identik dengan Pengujian 2. Hal ini memperlihatkan bahwa model tangguh cukup sensitif terhadap distribusi probabilitas skenario dan menghasilkan struktur rute alternatif untuk meminimalkan ekspektasi biaya dalam kondisi tidak pasti.

Secara keseluruhan, model tangguh menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih tinggi dibandingkan model deterministik. Peningkatan ini mencerminkan biaya ketangguhan (*cost of robustness*), di mana solusi mengorbankan sebagian optimalitas pada kondisi rata-rata untuk menjaga kinerja terhadap variasi kondisi lalu lintas.

Dengan demikian, meskipun model TDVRP deterministik menghasilkan solusi dengan total waktu tempuh lebih rendah, solusi tersebut cenderung kurang andal dalam menghadapi ketidakpastian. Sebaliknya, model TDVRP tangguh menghasilkan solusi dengan biaya sedikit lebih tinggi tetapi lebih dapat diandalkan untuk berbagai kondisi lalu lintas dalam tiap inverval waktu, sehingga lebih sesuai digunakan pada konteks distribusi logistik perkotaan yang sarat ketidakpastian waktu tempuh.

Nilai variansi total waktu tempuh pada ketiga pengujian model tangguh berkisar antara 655 hingga 815 dengan deviasi standar sekitar 25–29. Jika dibandingkan dengan nilai rata-rata waktu tempuh sekitar 500, tingkat variasi antar skenario hanya sekitar 5%. Hal ini menunjukkan bahwa model optimasi tangguh mampu menghasilkan solusi yang relatif stabil terhadap ketidakpastian waktu tempuh. Dengan kata lain, perubahan kondisi lalu lintas yang dimodelkan melalui skenario tidak menyebabkan penyimpangan hasil yang signifikan. Oleh

karena itu, model tangguh dapat dikatakan memiliki tingkat ketahanan yang baik dalam menghadapi variabilitas parameter waktu tempuh.

Hasil perbandingan antara model TDVRP deterministik dan model TDVRP tangguh menunjukkan bahwa model tangguh mampu memberikan solusi yang lebih stabil terhadap perubahan kondisi jaringan transportasi. Secara teoritis, perbedaan ini disebabkan oleh adanya mekanisme dalam optimasi tangguh yang mempertimbangkan beberapa skenario ketidakpastian secara simultan. Dengan demikian, solusi yang dihasilkan tidak hanya optimal pada satu kondisi tertentu, tetapi juga tetap layak dan mendekati optimal pada kondisi lain yang berbeda. Hal ini berbeda dengan model deterministik yang hanya mengoptimalkan satu skenario tetap, sehingga rentan menghasilkan solusi yang bias ketika kondisi aktual menyimpang dari asumsi awal.

Uji sensitivitas terhadap parameter probabilitas skenario menunjukkan bahwa perubahan distribusi peluang (dari *triangular-like*, seragam, hingga distribusi 0.25–0.5–0.25) menghasilkan variasi total waktu tempuh yang relatif kecil. Rata-rata waktu tempuh meningkat kurang dari 3% dibandingkan model deterministik, sementara variansi antar skenario berkisar 655–815, atau sekitar 5% dari nilai rata-rata. Temuan ini mengindikasikan bahwa model tangguh tidak sensitif secara berlebihan terhadap perubahan probabilitas skenario dan memiliki tingkat ketahanan solusi yang baik terhadap ketidakpastian parameter waktu tempuh.

Implikasi Manajerial

Secara analitis, keunggulan model TDVRP tangguh terletak pada kemampuannya mengakomodasi variasi waktu tempuh antar interval melalui beberapa skenario probabilistik. Hasil pengujian menunjukkan bahwa perubahan peluang skenario (dari *triangular-like*, seragam, hingga 0.25–0.5–0.25) hanya menyebabkan perubahan kecil pada rata-rata waktu tempuh, yaitu sekitar 2–3%. Hal ini menunjukkan bahwa model tangguh memiliki sensitivitas rendah terhadap perubahan parameter ketidakpastian, sehingga solusi yang dihasilkan tetap stabil dan layak pada berbagai kondisi jaringan transportasi**.**

Hasil penelitian ini memberikan beberapa implikasi penting bagi pengelola logistik perkotaan. Pertama, meskipun model TDVRP deterministik mampu menghasilkan solusi dengan total waktu tempuh yang lebih rendah, solusi tersebut rentan terhadap perubahan kondisi lalu lintas yang tidak pasti dalam setiap inverval waktu. Dalam praktiknya, hal ini dapat menimbulkan keterlambatan pengiriman, pelanggaran jendela waktu, atau peningkatan biaya operasional akibat penyesuaian rute secara mendadak di lapangan.

Sebaliknya, model TDVRP tangguh menghasilkan rute dengan total waktu tempuh yang sedikit lebih tinggi, namun solusi ini lebih stabil dan dapat diandalkan pada berbagai skenario. Artinya, perusahaan logistik dapat mengurangi risiko kegagalan pelayanan dan memastikan tingkat keandalan distribusi yang lebih tinggi, terutama di kota besar dengan dinamika lalu lintas yang sulit diprediksi.

Implikasi praktisnya, model deterministik cocok digunakan ketika kondisi lalu lintas relatif stabil atau dapat diprediksi, sedangkan model tangguh lebih sesuai untuk lingkungan perkotaan yang penuh ketidakpastian. Dengan mengadopsi model tangguh, perusahaan dapat meningkatkan kepuasan pelanggan, mengurangi biaya akibat keterlambatan, serta membangun sistem distribusi yang lebih resilien terhadap gangguan eksternal.

PENUTUP

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan model optimasi tangguh untuk *Time-Dependent Vehicle Routing Problem* (TDVRP) serta melakukan validasi dan verifikasi model. Hasil perbandingan dengan model TDVRP deterministik menunjukkan adanya

perbedaan solusi, yang menegaskan pentingnya mempertimbangkan ketidakpastian dalam parameter waktu tempuh. Temuan ini menunjukkan bahwa solusi deterministik berpotensi bias dan kurang andal pada kondisi nyata yang penuh variabilitas.

Secara kuantitatif, model TDVRP tangguh menghasilkan rata-rata total waktu tempuh sebesar 497–500 atau sekitar 2–3% lebih tinggi dibandingkan model deterministik (485). Namun, variansi total waktu tempuh antar skenario hanya berkisar antara 655–815, dengan deviasi standar sekitar 25–29 menit, atau sekitar 5% dari nilai rata-rata waktu tempuh. Hal ini menunjukkan bahwa model tangguh mampu memberikan solusi yang lebih stabil terhadap perubahan kondisi lalu lintas, dengan peningkatan ketahanan solusi yang signifikan dibandingkan model deterministik.

Mengacu pada sifat TDVRP yang termasuk ke dalam kelas *NP-hard*, model tangguh TDVRP juga memiliki kompleksitas komputasi yang tinggi. Hal ini menyebabkan penyelesaian eksak memerlukan waktu komputasi yang signifikan untuk kasus berukuran besar. Oleh karena itu, penelitian lanjutan dapat diarahkan pada pengembangan metode heuristik atau metaheuristik untuk memperoleh solusi yang lebih efisien pada skala permasalahan yang lebih kompleks, sehingga model tangguh dapat lebih aplikatif pada konteks distribusi logistik perkotaan.

DAFTAR PUSTAKA

Bachofner, M., Lemardelé, C., Estrada, M., & Pagès, L. (2022). City Logistics: Challenges And Opportunities for Technology Providers. *Journal of Urban Mobility*, *2*, 100020. https://doi.org/10.1016/j.urbmob.2022.100020.

Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuyse, I. (2016). The Vehicle Routing Problem: State of The Art Classification and Review. *Computers & Industrial Engineering*, *99*, 300–313. https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007.

Cattaruzza, D., Absi, N., Feillet, D., & González-Feliu, J. (2017). Vehicle Routing Problems for City Logistics. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, *6*(1), 51–79. https://doi.org/10.1007/s13676-014-0074-0.

Eufinger, L., Kurtz, J., Buchheim, C., & Clausen, U. (2020). A Robust Approach to the Capacitated Vehicle Routing Problem with Uncertain Costs. *INFORMS Journal on Optimization*, *2*(2), 79–95. https://doi.org/10.1287/ijoo.2019.0021.

Fan, H., Zhang, Y., Tian, P., Lv, Y., & Fan, H. (2021). Time-Dependent Multi-Depot Green Vehicle Routing Problem with Time Windows Considering Temporal-Spatial Distance. *Computers & Operations Research*, *129*, 105211. https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105211.

Fontaine, P., Minner, S., & Schiffer, M. (2023). Smart and Sustainable City Logistics: Design, Consolidation, and Regulation. *European Journal of Operational Research*, *307*(3), 1071–1084. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.09.022.

Gmira, M., Gendreau, M., Lodi, A., & Potvin, J.-Y. (2021). Tabu Search for The Time-Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows on A Road Network. *European Journal of Operational Research*, *288*(1), 129–140. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.05.041.

Ivanov, D. (2024). *Introduction to Supply Chain Analytics: With Examples in AnyLogic and anyLogistix Software*. Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-51241-4.

Koç, Ç., Bektaş, T., & Laporte, G. (2025). Decarbonizing Road Freight Transportation: Recent Advances and Future Trends. *Journal of the Operational Research Society*, 1–21. https://doi.org/10.1080/01605682.2024.2446655.

Malandraki, C., & Daskin, M. S. (1992). Time Dependent Vehicle Routing Problems: Formulations, Properties and Heuristic Algorithms. *Transportation Science*, *26*(3), 185–200.

Mor, A., & Speranza, M. G. (2022). Vehicle Routing Problems Over Time: A survey. *Annals of Operations Research*, *314*(1), 255–275. https://doi.org/10.1007/s10479-021-04488-0.

Pan, B., Zhang, Z., & Lim, A. (2021a). A Hybrid Algorithm for Time-Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Computers & Operations Research*, *128*, 105193. https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105193.

Pan, B., Zhang, Z., & Lim, A. (2021b). Multi-Trip Time-Dependent Vehicle Routing Problem With Time Windows. *European Journal of Operational Research*, *291*(1), 218–231. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.09.022.

Setiawan, F., Bektaş, T., & Iris, Ç. (2025). The Role of Hubs and Economies of Scale in Network Expansion. *Omega*, *131*, 103220. https://doi.org/10.1016/j.omega.2024.103220.

Setiawan, F., & Novialdo, K. H. (2021). Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Travel Time for Urban Freight Transportation. *In Proceedings of the Second Asia Pacific International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Surakarta. Indonesia*, 1732–1743.

Setiawan, F., Tjandra, S. S., & Kurnia, W. (2023). Multiobjective Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Multi-Trips in Urban Logistics Context. *In AIP Conference Proceedings*, *2485*(1), 090004. https://doi.org/10.1063/5.0105082.

Snyder, L. V., & Shen, Z.-J. M. (2019). *Fundamentals of Supply Chain Theory*. John Wiley & Sons, Ltd.

Tan, S.-Y., & Yeh, W.-C. (2021). The Vehicle Routing Problem: State-of-the-Art Classification and Review. *Applied Sciences*, *11*(21), 10295. https://doi.org/10.3390/app112110295.

Taniguchi, E., & Thompson, R. G. (Eds). (2018). *City Logistics 1: New Opportunities and Challenges* (1st edn). Wiley. https://doi.org/10.1002/9781119425519

Tseng, Y., Yue, W. L., & Taylor, Michael A P. (2005). The Role of Transportation in Logistics Chain. *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, *5*, 1657–1672.

Wang, Y., Wang, Z., Hu, X., Xue, G., & Guan, X. (2022). Truck–Drone Hybrid Routing Problem with Time-Dependent Road Travel Time. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *144*, 103901. https://doi.org/10.1016/j.trc.2022.103901.

Waters, C. D. J. (2003). *Logistics: An Introduction to Supply Chain Management*. Palgrave Macmillan.

Wehbi, L., Bektaş, T., & Iris, Ç. (2022). Optimising Vehicle and On-Foot Porter Routing in Urban Logistics. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, *109*, 103371. https://doi.org/10.1016/j.trd.2022.103371.

Wu, D., & Wu, C. (2022). Research on the Time-Dependent Split Delivery Green Vehicle Routing Problem for Fresh Agricultural Products with Multiple Time Windows. *Agriculture*, *12*(6), 793. https://doi.org/10.3390/agriculture12060793.