

## Menentukan Metode *Input Probability Distribution* dalam Pemodelan dan Simulasi di Antrian Kasir Toko Buku PT. XYZ

Mega Purnamasari<sup>1</sup>, Titi Iswari<sup>2</sup>, Frylie Frescia Falen<sup>3</sup>

<sup>1</sup>)Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Univeritas Mercu Buana

Jl. Meruya Selatan, Kembangan, Jakarta Barat 11650

Email: megapurnamasari6812@gmail.com

<sup>2,3</sup>)Program Studi Paska Sarjana Teknik Industri, Fakultas Teknik, Univeritas Gadjah Mada

JL. Grafika, No. 2, Bulaksumur, Yogyakarta

### Abstrak

PT XYZ merupakan perusahaan yang memiliki banyak toko penjualan buku yang tersebar di Indonesia. PT XYZ berusaha melakukan perbaikan yang berkesinambungan dalam melakukan pelayanan terhadap pelanggan salah satunya adalah antrian di kasir. Sistem dapat diperbaiki dengan cara membuat skenario-skenario yang kemudian dilakukan pemodelan dan simulasi. Kita harus bisa memilih metode pemodelan dan simulasi yang terbaik yang memiliki dampak *error* terkecil. Memodelkan dan simulasi sistem nyata dapat dilakukan dengan beberapa pendekatan dalam *input probability distribution* antara lain metode *trace driven*, metode empiris, dan metode teoritis. Pada penelitian ini dilakukan pemodelan dan simulasi di antrian kasir di PT XYZ dengan menggunakan ketiga metode pendekatan tersebut. Dari ketiga hasil simulasi didapatkan bahwa semua hasil *waiting time* dari ketiga metode tidak memiliki perbedaan yang berarti antara data sistem nyata dengan model sistem nyata. Kemudian dari selisih *total waiting time*, utilisasi, dan jumlah pelanggan yang terlayani metode *trace driven* adalah metode terbaik.

**Kata Kunci:** pemodelan, simulasi, *trace driven*, empiris, teoritis

### Abstract

*PT XYZ is a company that has a lot of book sales stores spread across Indonesia. PT XYZ strives to make continuous improvements in service to customers, one of which is the queue at the cashier. The system can be improved by creating scenarios which are then carried out modeling and simulation. We must be able to choose the best modeling and simulation method that has the smallest error impact. Modeling and simulating real systems can be done with several approaches in the input probability distribution, including trace driven methods, empirical methods, and theoretical methods. In this research, modeling and simulation are performed in the single server cashier queue at PT XYZ by using the three methods of the approach. From the three simulation results, it was found that all the waiting time results from the three methods used did not have a significant difference between the real system data and the simulation results of the real system model. Then from the difference in total waiting time, utilization, and the number of customers served it can be seen that the trace driven method is the best method.*

**Kata Kunci:** modeling, simulation, *trace driven*, empirical, theoretical

## PENDAHULUAN

PT XYZ merupakan perusahaan yang memiliki banyak toko penjualan buku yang tersebar di Indonesia. PT XYZ berusaha melakukan perbaikan yang berkesinambungan dalam melakukan pelayanan terhadap pelanggan salah satunya adalah antrian di kasir. Berdasarkan data yang diperoleh dari hasil observasi, waktu tunggu pelanggan pada saat antri di kasir adalah 18 menit. Waktu tunggu tersebut dapat diperbaiki dengan cara membuat skenario-skenario yang kemudian dilakukan pemodelan dan simulasi. Pemodelan dan simulasi ini dapat dilakukan jika biaya yang terbatas, waktu yang terbatas, dan sulit untuk melakukan eksperimen di sistem nyata (mengganggu *flow process* yang ada). Namun pemodelan dan simulasi ini dipastikan akan selalu ada *error*. Oleh karena itu, kita harus bisa memilih metode pemodelan dan simulasi yang terbaik yang memiliki dampak *error* terkecil.

Law (2012) menyatakan bahwa penentuan *input probability distribution* adalah hal yang tidak bisa disepelekan karena merupakan salah satu factor penyebab terjadinya *error*. Memodelkan dan simulasi sistem nyata dapat dilakukan dengan beberapa pendekatan dalam *input probability distribution* antara lain metode *trace driven*, metode empiris, dan metode teoritis. Pada penelitian ini dilakukan pemodelan dan simulasi di antrian kasir *single server* di PT XYZ dengan menggunakan ketiga metode pendekatan tersebut. Hasil pemodelan dan simulasi, kemudian diukur validitas dan tingkat *error* terkecil antara ketiga pendekatan yang ada. Tujuan dari penelitian ini adalah memodelkan dan mensimulasikan sistem nyata dengan metode *input probability distribution trace driven*, empiris dan teoritis, melakukan validasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata, menentukan metode *input probability distribution* terbaik dilihat dari hasil *error* terkecil. Asumsi dan batasan penelitian ini adalah data diasumsikan cukup dan data diasumsikan seragam.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Antrian

Silvia et al. (2019) telah menggunakan data *inter arrival time* dan *servicing time* untuk dijadikan acuan dalam melakukan pemodelan dan simulasi di kantor pos. Kedua data tersebut dapat merepresentasikan sistem yang terjadi di kantor pos yang menunjukkan tingkat waktu tunggu pelanggan, utilitas fasilitas, jumlah rata-rata pelanggan yang terlayani dalam satuan waktu dan *idle time operator*.

### Simulasi

Simulasi adalah teknik untuk menggunakan komputer untuk meniru operasi berbagai macam proses dunia nyata atau fasilitas. Simulasi digunakan untuk mengevaluasi model numerik dan untuk memperkirakan diinginkan karakteristik dari model berdasarkan data yang diperoleh. Sistem adalah kumpulan variabel yang diperlukan untuk menggambarkan sistem pada waktu tertentu, relatif terhadap tujuan studi (Fishman, 1978).

Law (2012) menyatakan bahwa *input probability distribution* merupakan salah satu faktor penting dalam pemodelan dan simulasi. Law (2012) telah membuat tutorial bagaimana menentukan metode *input probability distribution* yang terdiri dari teoritis dan empiris sesuai

dengan masing-masing kondisi. Namun, untuk membandingkan antara *trace driven*, teoritis, dan empiris belum dilakukan.

Input Distribusi:

1. *Trace -driven*

Simulasi data yang terkumpul digunakan secara langsung dalam simulasi untuk memilih salah satu nilai data bila diperlukan.

( - ) Pendekatan ini hanya bisa mereproduksi apa yang telah terjadi secara historis dan data mungkin tidak cukup untuk menjalankan simulasi penuh.

( + ) Pendekatan ini berguna untuk tujuan validasi untuk membandingkan *output* dari model dan *output* dari sistem yang ada.

2. Pendekatan Empiris

Data yang terkumpul digunakan untuk mendefinisikan empiris fungsi distribusi.

( - ) Tanpa ekstrapolasi, hal itu mungkin tidak mungkin untuk menghasilkan nilai-nilai di luar jangkauan data yang dikumpulkan.

( + ) Pendekatan ini berguna jika tidak ada teori distribusi cocok untuk data yang dikumpulkan.

3. Distribusi Teoritis

Teknik standar gangguan statistik yang digunakan untuk pemasangan distribusi teoritis.

( - ) Meskipun dengan probabilitas yang sangat kecil, adalah mungkin untuk menghasilkan nilai-nilai yang sangat besar atau kecil. Mungkin perlu memotong distribusi untuk berbagai tertentu.

( + ) Mudah untuk mengubah dan untuk menghasilkan untuk simulasi tujuan, misalnya mengubah nilai rata-rata.

**Distribusi empiris**

Jika data asli yang tersedia, kita dapat mendefinisikan kontinyu, *piecewise - linear* fungsi distribusi dengan menyortir data dalam urutan menaik.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x < x_1 \\ \frac{i-1}{n-1} + \frac{x-x_i}{\{(n-1)(x_{i+1}-x_i)\}}, & \text{if } x_i \leq x < x_{i+1} \text{ for } i = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1, & \text{if } x < x_n \end{cases}$$

Distribusi empiris tidak memungkinkan untuk menghasilkan nilai acak di luar nilai terbesar mungkin perlu menambahkan distribusi eksponensial pada akhir ( sisi kanan ).

## Uji Statistik

Mann Whitney U Test adalah uji non parametris yang digunakan untuk mengetahui perbedaan median 2 kelompok bebas apabila skala data variabel terikatnya ordinal atau interval/*ratio* tetapi tidak berdistribusi normal. Mann Whitney U Test disebut juga dengan Wilcoxon Rank Sum Test. Merupakan pilihan uji non parametris apabila Independent t Test tidak dapat dilakukan oleh karena asumsi normalitas tidak terpenuhi. Tetapi meskipun bentuk non parametris dari Independent t Test, Mann Whitney U Test tidak menguji perbedaan *mean* (rerata) dua kelompok seperti layaknya Independent t Test, melainkan untuk menguji perbedaan *median* (nilai tengah) dua kelompok.

Asumsi yang berlaku dalam Mann Whitney U Test adalah:

1. Mann Whitney U Test mengasumsikan bahwa sampel yang berasal dari populasi adalah acak,
2. Pada Mann Whitney U Test sampel bersifat independen (berdiri sendiri),
3. Skala pengukuran yang digunakan adalah ordinal.

Hipotesis yang digunakan adalah:

H<sub>0</sub>: tidak ada perbedaan distribusi skor untuk populasi yang diwakilkan oleh kelompok eksperimen dan kontrol.

H<sub>a</sub>: Skor untuk kelompok eksperimen secara statistik lebih besar daripada skor populasi kelompok kontrol.

Untuk menghitung nilai statistik Mann Whitney U Test, rumus yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_j$$

dimana:

U = Nilai Mann Whitney U Test

N<sub>1</sub>= sampel 1

N<sub>2</sub>= sampel 2

R<sub>i</sub> = Ranking ukuran sampel

## **METODE PENELITIAN**

### **Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution Trace Driven***

Data hasil observasi dimodelkan dan dibuat simulasi dengan metode *input probability distribution trace driven*. Langkah-langkah untuk membuat simulasi dengan metode *input probability distribution trace driven* adalah sebagai berikut :

1. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah men-*generate* angka *random* dengan metode LCG *random generator* dengan nilai  $a = 7$ ,  $c = 3$ , dan  $m = 1027$ . Hasil *generate* angka *random* yang dihasilkan, *random number* diperoleh dari mengkalikan angka *random* dengan jumlah data (*customer*).
2. Dari angka *random* yang telah di-*generate* kemudian dicari nilai *inter arrival* dan nilai *servicing time* berdasarkan data aktual. Misalkan, hasil angka *random* menunjukkan angka 3, maka data *inter arrival* dan *servicing time* yang diambil dari data aktual adalah data ke 3.
3. Langkah selanjutnya data *inter arrival time* baru dan *servicing time* baru hasil *generate* disimulasikan sehingga didapatkan data *waiting time*, *arrival time*, *entering server time*, *finish serving time*, dan *idle time*.
4. Hasil simulasi kemudian di validasi dengan menggunakan data aktual *waiting time*, utilisasi, dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani. Detail validasi adalah *waiting time* diuji dengan Mann Whitney U Test menggunakan *software* SPSS. Pemilihan Mann Whitney U Test karena data bersifat komparatif, *independent*, dan tidak terdistribusi normal.
5. Perbandingan utilisasi dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata

### **Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution Empiris***

Data hasil observasi dimodelkan dan dibuat simulasi dengan metode *input probability distribution* empiris. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Langkah pertama adalah mengurutkan data *inter arrival time* dan data *servicing time* aktual dari data terendah ke data tertinggi, dan membuat *range*  $f(x) = 1/(123-1)$ .
2. Langkah kedua adalah men-*generate* angka *random* dengan metode LCG dengan nilai  $a = 2$ ,  $c = 87$ ,  $m = 4051$ . Angka *random* tersebut dijadikan sebagai  $f(x)$  kemudian dicek di grafik *inter arrival time* baru dan *servicing time* baru.
3. Langkah selanjutnya data *inter arrival time* baru dan *servicing time* baru hasil *generate* disimulasikan sehingga didapatkan data *waiting time*, *arrival time*, *entering server time*, *finish serving time*, dan *idle time*.
4. Hasil simulasi kemudian di validasi dengan menggunakan data aktual *waiting time*, utilisasi, dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani. Detail validasi adalah *waiting time* diuji dengan Mann Whitney U Test menggunakan *software* SPSS. Pemilihan Mann Whitney U Test karena data bersifat komparatif, *independent*, dan tidak terdistribusi normal.

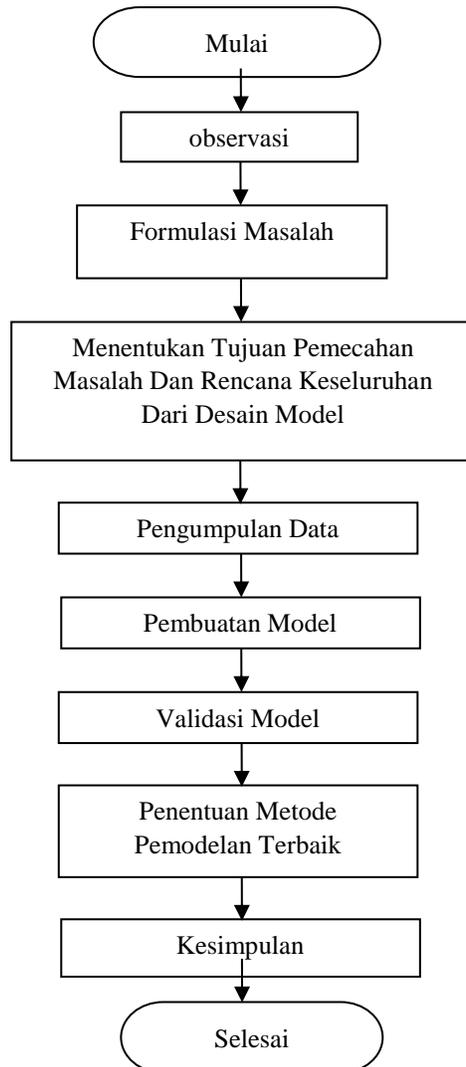
5. Perbandingan utilisasi dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata.

**Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution* Teoritis**

Data hasil observasi dimodelkan dan dibuat simulasi dengan metode *input probability distribution* teoritis. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Menentukan distribusi teoritis dari data *inter arrival time* dan data *serving time* dengan menggunakan Stat::Fit.
2. *Generate* data sesuai dengan distribusi hasil Stat::Fit
3. Hasil simulasi kemudian di validasi dengan menggunakan data aktual *waiting time*, utilisasi, dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani.
4. Perbandingan utilisasi dan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata.

Metode penelitian ditunjukkan pada **Gambar 1**.

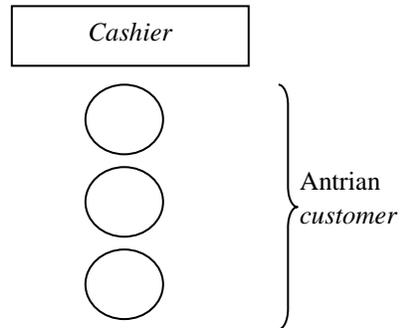


**Gambar 1.** *Flowchart* metodologi penelitian

## HASIL DAN PEMBAHASAN

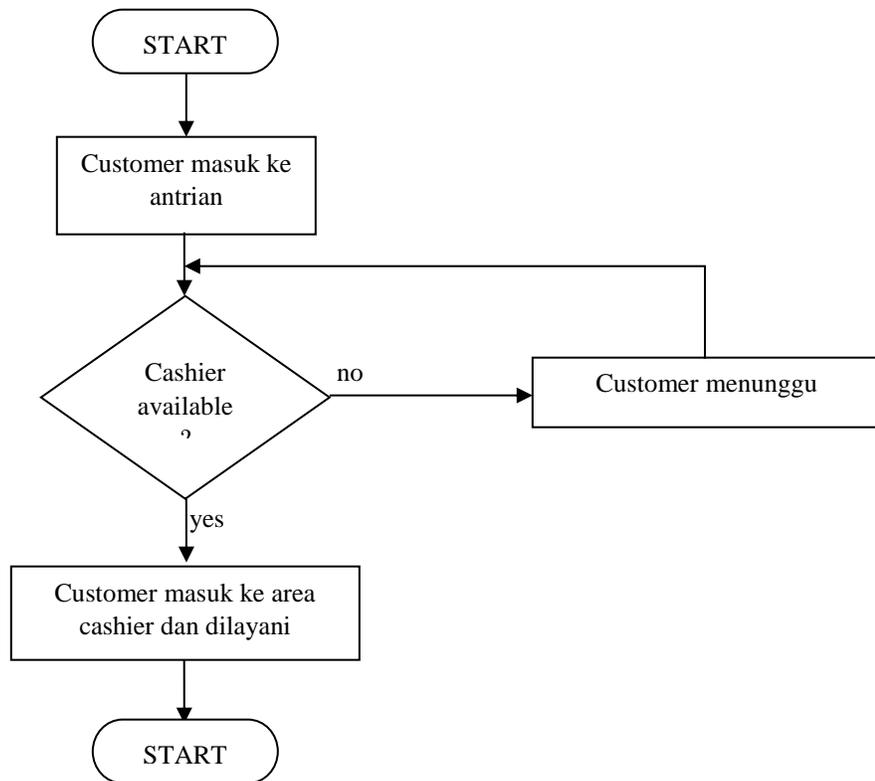
### Proses Pengambilan Data

Proses pengambilan data dilakukan di PT XYZ pada Jumat 12 Desember 2014 pukul 17.45-20.50 oleh 4 observator. *Layout* sistem ditunjukkan pada Gambar 2.



**Gambar 2.** *Layout* sistem

Alur proses sistem ditunjukkan pada Gambar 3.



**Gambar 3.** Alur proses sistem

Pada proses pengambilan data, *dihitung inter arrival time customer* ke antrian dan *servicing time*. Dari data tersebut dapat dihitung *arrival time*, *waiting time*, dan *idle time*.

**Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution Trace Driven***

Hasil akumulasi simulasi metode *input probability distribution trace driven* ditunjukkan pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Akumulasi Hasil Simulasi Metode *Input Probability Distribution Trace Driven*

	Rata-rata <i>Waiting Time</i> (detik)	Total <i>Idle Time</i> (detik)	Utilisasi	Rata-rata Jumlah Pelangan yang Terlayani per Jam
Simulasi	17.89	6000	44%	41
Aktual	18.09	5837	46%	41
Selisih	0.2	163	2%	0

Hasil simulasi kemudian di validasi Mann-Whitney Test ditampilkan pada Gambar 4. dan Gambar 5.

	time	N	Mean Rank	Sum of Ranks
waktu	1	123	121.50	14945.00
	2	123	125.50	15436.00
	Total	246		

**Gambar 4.** Ranks

	waktu
Mann-Whitney U	7.319E3
Wilcoxon W	1.494E4
Z	-.482
Asymp. Sig. (2-tailed)	.630

a. Grouping Variable: tipe

**Gambar 5.** Test statistics<sup>a</sup>

Pengujian data hipotesis menunjukkan nilai signifikansi lebih dari 0.05 (nilai tingkat kepentingan) sehingga, dapat disimpulkan bahwa tidak ada perbedaan yang bermakna antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata.

Perbandingan utilisasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Perbandingan Utilisasi

	Utilisasi
Simulasi	44%
Actual	46%
Selisih	2%

Berdasarkan Tabel 2. selisih antara utilisasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah 2%.

Perbandingan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam pada sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Perbandingan Rata-rata Jumlah Pelanggan Yang Terlayani per Jam

Rata-rata Jumlah Pelanggan yang Terlayani per Jam	
simulasi	41
aktual	41
selisih	0

Berdasarkan Tabel 3. rata-rata jumlah pelanggan yang terlayani per jam di sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah sama yaitu 41 pelanggan.

**Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution Empiris***

Hasil akumulasi simulasi metode *input probability distribution* empiris ditunjukkan pada Tabel 4.

**Tabel 4.** Akumulasi Hasil Simulasi Metode Empiris

	Rata-rata <i>Waiting Time</i> (detik)	Total <i>Idle Time</i> (detik)	Utilisasi	Rata-rata Jumlah Pelanggan yang Terlayani per Jam
Simulasi	14.15	6062	0.438703704	41
Aktual	18.09	5800	0.462962963	41
Selisih	3.94	262	2%	

Hasil simulasi kemudian di validasi Mann-Whitney Test ditampilkan pada Gambar 6. dan Gambar 7.

	VAR00002	N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00001	1	123	125.78	15471.00
	2	123	121.22	14910.00
	Total	246		

**Gambar 6.** Ranks

	VAR00001
Mann-Whitney U	7284.000
Wilcoxon W	14910.000
Z	-.561
Asymp. Sig. (2-tailed)	.575

a. Grouping Variable: VAR00002

**Gambar 7.** Test statistics<sup>a</sup>

Pengujian data hipotesis menunjukkan nilai signifikansi lebih dari 0.05 (nilai tingkat kepentingan) sehingga, dapat disimpulkan bahwa tidak ada perbedaan yang bermakna antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata.

Perbandingan utilisasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 5.

**Tabel 5.** Perbandingan Utilisasi

	Utilisasi
Simulasi	0.438703704
Aktual	0.462962963
Selisih	2%

Berdasarkan Tabel 5. selisih antara utilisasi sistem nyata dan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah 2%.

Perbandingan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam pada sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 6.

**Tabel 6.** Perbandingan Rata-rata jumlah pelanggan yang terlayani

	Rata-rata Pelanggan yang Terlayani per Jam
Simulasi	41
Aktual	41
Selisih	

Berdasarkan Tabel 6. rata-rata jumlah pelanggan yang terlayani per jam di sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah sama yaitu 41 pelanggan.

### **Simulasi dengan Metode *Input Probability Distribution* Teoritis**

Distribusi teoritis dari hasil menggunakan Stat::Fit untuk data *inter arrival time* adalah distribusi eksponensial sedangkan *servicing time* adalah distribusi Pearson 5. Setelah dilakukan *generate* data sesuai dengan pola distribusi yang kemudian disimulasikan, langkah selanjutnya adalah membandingkan hasil model dengan sistem nyata seperti ditunjukkan pada Tabel 7.

**Tabel 7.** Akumulasi Hasil Simulasi Metode *Input Probablity Distribution* Teoritis

	Rata-rata <i>Waiting Time</i> (detik)	Total <i>Idle Time</i> (detik)	Utilisasi	Rata-rata Jumlah Pelangan yang Terlayani per Jam
Simulasi	18.14	6764	37.4%	41
Aktual	18.09	5837	46.3%	41
Selisih	0.05	927	9%	0

Hasil simulasi kemudian di validasi Mann-Whitney Test ditampilkan pada Gambar 8. dan Gambar 9.

	tipe	N	Mean Rank	Sum of Ranks
waktu	1	123	126.54	15565.00
	2	123	120.46	14816.00
	Total	246		

**Gambar 8.** Ranks

	waktu
Mann-Whitney U	7.190E3
Wilcoxon W	1.482E4
Z	-.757
Asymp. Sig. (2-tailed)	.449

a. Grouping Variable: tipe

**Gambar 9.** Test statistics<sup>a</sup>

Pengujian data hipotesis menunjukkan nilai signifikansi lebih dari 0.05 (nilai tingkat kepentingan) sehingga, dapat disimpulkan bahwa tidak ada perbedaan yang bermakna antara sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata.

Perbandingan utilisasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 8.

**Tabel 8.** Perbandingan Utilisasi

	Utilisasi
Simulasi	37.4%
Aktual	46.3%
Selisih	9%

Berdasarkan Tabel 8. selisih antara utilisasi sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah 9%.

Perbandingan rata-rata jumlah pelanggan yang dilayani per jam pada sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata ditunjukkan pada Tabel 9.

**Tabel 9.** Perbandingan Rata-rata jumlah pelanggan yang terlayani

	<b>Rata-rata Jumlah Pelanggan yang Terlayani per Jam</b>
Simulasi	41
Aktual	41
Selisih	0

Berdasarkan Tabel 9. rata-rata jumlah pelanggan yang terlayani dalam rentang waktu 3 jam di sistem nyata dengan model dan hasil simulasi sistem nyata adalah sama yaitu 123 pelanggan.

## **PENUTUP**

### **Simpulan**

Dari ketiga hasil simulasi didapatkan bahwa semua hasil *waiting time* dari ketiga metode yang digunakan tidak memiliki perbedaan yang berarti antara data sistem nyata dengan hasil simulasi model sistem nyata. Kemudian dari selisih total *waiting time*, utilisasi, dan jumlah pelanggan yang terlayani dapat dilihat bahwa metode *trace driven* memberikan selisih hasil yang paling sedikit dibandingkan dengan simulasi dengan metode empiris dan teoritis. Sehingga dapat disimpulkan metode *trace driven* adalah metode terbaik.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Law, A., & Kelton, D. (1982). *Simulation modeling*. New York: McGraw Hill.
- Banks, J., Carson, J. S., Nelson, B. L., & Nicol, D. M. (2010). *Discrete-event system simulation* (5th ed). Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2005). *Introduction to operations research* (8th ed). New York: McGraw-Hill Companies.
- Fishman, G. S. (1978). *Principles of discrete event simulation*. USA: Wiley.
- Law, A. M. (2012). *A tutorial on how to select simulation input probability distributions*. Proceedings of the 2012 Winter Simulation Conference (WSC), Berlin. doi: 10.1109/WSC.2012.6465281
- Ramkrishnan, R., & Kaur, A. (2020). Performance evaluation of web service response time probability distribution models for business process cycle time simulation. *Journal of Systems and Software*, 161, 0164-1212,
- Dutková, S., Hostakova, D., Misok, T., & Rybicka, I. (2017). Determination of probability distribution of customer input at post office. *Transport and communications : scientific journal*, 5(2), 1339-5130.